**Zentrale schriftliche Abiturprüfung 2010, Berlin und Brandenburg, Grundkurs**

**AUFGABE 2.1 CAS: DRACHENVIERECK**

Nennen Sie Ihre Ansätze, Lösungswege und Ergebnisse in der in der Mathematik üblichen Form und nicht in der CAS-Eingabeform.

Gegeben sind die Punkte $A(3|-1|2)$, $B(7|2|11)$, $C(3|3|14)$ und $D(-1|2|11)$ und die Gerade $g$ durch $g$: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}; r \in \mathbb{R}$.

a) Entwickeln Sie für die Ebene $E$, die durch die Punkte $A$, $B$ und $C$ festgelegt ist, je eine Gleichung in Parameterform und in Normalenform.

[ Zur Kontrolle: $E$: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$ ]

b) Weisen Sie nach, dass $A$, $B$, $C$ und $D$ in einer Ebene liegen und Eckpunkte eines Drachenvierecks mit der Symmetrieachse $AC$ sind.

c) Ein Punkt „wandert“ von $A$ aus auf der Symmetrieachse des Drachenvierecks in Richtung $C$. Dabei bildet er mit den Ecken $B$ und $D$ stets ein gleichschenkliges Dreieck. Bestimmen Sie seine Koordinaten so, dass dieses gleichschenklige Dreieck Basiswinkel von 30° hat.

d) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Drachenvierecks $ABCD$.
Das Drachenviereck $ABCD$ rotiert um seine Symmetrieachse.
Es entsteht ein Doppelkegel.
Berechnen Sie sein Volumen.

e) Weisen Sie nach, dass die Gerade $g$ und die Ebene $E$ einen Schnittpunkt haben.
Untersuchen Sie, ob dieser Schnittpunkt auf der Diagonalen $\overline{AC}$ des Drachenvierecks liegt.

f) Das Drachenviereck beschreibt einen realen Drachen, wobei eine Längeneinheit im Modell für 10 cm in der Wirklichkeit steht. Der Drachen steigt um ca. 30 m. Seine Eckpunkte befinden sich nun in $A'(3|-27|308)$, $B'(7|-18|311)$, $C'(3|-15|312)$ und $D'(-1|-18|311)$. Bei diesem Steigungsvorgang hat sich der Drachen gedreht. Begründen Sie, dass er sich um die Achse $BD$ gedreht hat.

| Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Teilaufgabe | a) | b) | c) | d) | e) | f) | Summe |
| BE | 5 | 4 | 6 | 7 | 4 | 4 | 30 |

**Zentrale schriftliche Abiturprüfung 2010, Berlin und Brandenburg, Leistungskurs**

**AUFGABE 2.2 CAS: DREIECK, VIERECK, QUADER**

Nennen Sie Ihre Ansätze, Lösungswege und Ergebnisse in der in der Mathematik üblichen Form und nicht in der CAS-Eingabeform.

Gegeben sind die Punkte $A_m(5|3m+1|-1), B_m(-1|2|2m+1)$ für $m \in \mathbb{R}$ und $C(-1|1|-1)$.

a) Gegeben sind die Eckpunkte $A_{-2}, B_{-2}$ und $C$ eines Dreiecks. Berechnen Sie die Größe des Innenwinkels $A_{-2}CB_{-2}$. und die Länge der Seite $B_{-2}C$.
Untersuchen Sie, ob auch die Punkte $A_{-3}, B_{-3}$ und C Eckpunkte eines Dreiecks sind.

b) Die Geraden $g_m$ verlaufen durch den Punkt C und die Punkte $A_m$.
Die Geraden $h_m$ verlaufen durch den Punkt C und die Punkte $B_m$.
Stellen Sie eine Gleichung für die Geradenschar $f_m$ auf, die durch den Punkt C und sowohl zu $g_m$ als auch zu $h_m$ orthogonal verläuft.
Prüfen Sie, ob Geraden $f_m$ existieren, die
I) zur *y-z*-Ebene parallel verlaufen,
II) zur *z*-Achse parallel verlaufen.

c) Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes $D$ des Parallelogramms $A_1B_1CD$.
Berechnen Sie eine Höhe dieses Parallelogramms.
Vom Punkt $C$ aus werden Strecken gezeichnet, deren Endpunkte $P_s$ auf der Geraden $g_{A_1B_1}$ liegen. Bestimmen Sie die Koordinaten der Endpunkte der Strecken, die mit der Strecke $CA_1$ bei $C$ einen Winkel von 30° einschließen.

d) Die Punkte $A_m$ und $B_m$ seien die Eckpunkte von Quadraten. Zeigen Sie, dass ein $m \in \mathbb{R}$ existiert, so dass das Quadrat einen extremalen Flächeninhalt hat.

e) Für $-1 \le m \le \frac{1}{3}$ bilden die Punkte $A_m$ eine Kante eines Quaders und die Punkte $B_m$ eine zweite Kante dieses Quaders.
Geben Sie die Koordinaten aller Eckpunkte dieses Quaders an.

| Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Aufgabenteile | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Aufgabenteil | a) | b) | c) | d) | e) | Summe |
| BE | 7 | 6 | 10 | 3 | 4 | 30 |