

"Folgen und Grenzwert" im Fundamentalbereich Mathematik einer 11. Klasse

Darstellungsschwerpunkt:

Der Einsatz von DERIVE als Visualisierungsinstrument und
als Rechenhilfe

anhand ausgewählter Beispiele aus dem Lernabschnitt

Schriftliche Prüfungsarbeit im Rahmen der Zweiten
Staatsprüfung
für das Amt des Studienrates

Vorgelegt von:

Studienreferendar Stefan Schmidt

1. Schulpraktisches Seminar im Bezirk Wedding (S)

Berlin, den 9. März 1999

Die folgenden Zeilen beziehen sich auf meine Prüfungsarbeit. Sollten Sie mit mir in Kontakt treten wollen, können Sie mich per E-Mail erreichen. [St. Schmidt@online.de](mailto:St.Schmidt@online.de)

1. Die Ausgangssituation

Niemand wird behaupten, dass Computer heute keine große Rolle spielen. Vielmehr dringen sie in immer neue Bereiche unseres Lebens vor. Trotzdem wird der Computer in der Schule noch relativ selten eingesetzt, obwohl es für seinen Einsatz reichlich Möglichkeiten gibt. Insbesondere im Mathematikunterricht könn(t)en leistungsstarke Softwarepakete genutzt werden. Sie sind in der Lage, Aufgabenbereiche zu übernehmen, die bisher einen wesentlichen Platz im Mathematikunterricht einnahmen.

Das betrifft insbesondere

- ▶ das Ausführen von Algorithmen (Durchführung von Berechnungen) und
- ▶ das Erstellen graphischer Darstellungen (Visualisierung mathematischer Sachverhalte).

Computer und entsprechende Programme sind bei Schülern zu Hause oft verfügbar. Wie ich bereits im Unterricht bei der Kontrolle von Hausaufgaben feststellen konnte, benutzen sie diese Hilfsmittel auch dann, wenn sie in der Schule nicht zur Sprache kommen. Was spricht also dagegen, den Computer im Mathematikunterricht einzusetzen?

Nichts - jedoch ist darauf zu achten, "dass mathematische Begründungen nicht durch numerische oder graphische Veranschaulichungen verdrängt werden" (Rahmenplan 1995, S. 7). Im Gegensatz zum Standpunkt, dass das Analysiscurriculum durch den (möglichen) Computereinsatz einer grundlegenden Neukonzeption bedarf, sollte meiner Meinung nach der Computer "Werkzeug für Berechnungen und ein Hilfsmittel zur Veranschaulichung der mathematischen Ideen" (Weigand 1993, S. 226) sein.

Im Rahmen dieser Arbeit konzentriere ich mich deshalb auf die Einsatzmöglichkeiten von DERIVE als Visualisierungsinstrument (zur schnellen graphischen Darstellung und Veranschaulichung) und Rechenhilfe (numerisch und symbolisch) in der Unterrichtseinheit "Folgen und Grenzwert" in der von mir unterrichteten 11. Klasse.

2. Aspekte beim Einsatz von DERIVE

Unter der Vielzahl von Aspekten sind hier einige aufgeführt, aus denen sich Fragen ableiteten, die untersucht wurden.

DERIVE als Rechenhilfe

Der entscheidende Vorteil liegt hier in der Entlastung des Unterrichts von monotonen Tätigkeiten hin zu komplexeren Problemen mit realistischen Daten. Der Computer nimmt uns die anfallende Rechenarbeit ab, und zwar wesentlich schneller als bereits früher verwendete andere Hilfsmittel. Die Schüler können im Gegensatz zum Taschenrechner nun z. B. Grenzprozesse "numerisch 'erleben', was natürlich präzise Begriffsbildungen und Beweise nicht ersetzen kann" (Blum 1991, S. 74).

Von zentraler Bedeutung ist, dass die Schüler den Algorithmus, den sie verwenden, durchschauen und ihn zuerst per Hand und danach mit Hilfe des Computers ausführen lassen können. Dazu sind selbstverständlich Codierungsfähigkeiten auf der Seite der Schüler notwendig. Sie müssen das Problem in die Symbolik des Programms überführen und die erhaltenen Ergebnisse interpretieren. Es ergibt sich die Frage: "Inwieweit gelingt es den Schülern, möglichst ohne fremde Hilfe diese anspruchsvollen Tätigkeiten auszuführen?"

DERIVE als Hilfsmittel für symbolische Berechnungen

Mit DERIVE können komplexe Umformungen in Sekundenbruchteilen durchgeführt werden und so den Schüler von dieser Tätigkeit entlasten. Es ergibt sich die Frage: "Hilft DERIVE leistungsschwachen Schülern bei der Lösung von Problemen, wenn sie die entsprechenden Rechenschritte per Hand nicht ausführen können?"

➤ *DERIVE als Visualisierungsinstrument*

DERIVE kann sehr leicht als Zeichenhilfsmittel dienen, wobei im Vergleich zu herkömmlichen Methoden große Zeiteinsparungen möglich sind. Der Computer leistet außerdem mehr als herkömmliche Visualisierungsmittel wie Tafelbilder oder Folien, indem auch dynamisch-operative Momente betont werden können. Hierbei ist besonders die Zoom-Funktion zu beachten. Per Tastendruck und ohne Zeitaufwand ermöglicht sie eine völlig andere "Darstellungsperspektive".

➤ *Veränderte Gewichtung der Schülertätigkeiten*

In dem Maße, in dem der Schüler problemlos in der Lage ist, mit DERIVE umzugehen und dabei numerisches oder symbolisches Rechnen und das Erstellen graphischer Darstellungen dem Computer überlässt, werden solche Fertigkeiten in den Hintergrund treten - sie werden nach Blum (1991, S. 77) "abgewertet". Andererseits werden andere Tätigkeiten beim Problemlösen, wie Ausprobieren, Experimentieren, Übersetzen des Sachverhalts in ein mathematisches Modell und vor allem die anschließende Interpretation des "Modell-Ergebnisses" (Blum 1991, S. 77), wichtiger.

➤ *Veränderungen für Lehrer und Schüler*

Da die Schüler selbständig mit DERIVE arbeiten, um die gestellten Aufgaben zu lösen, entstehen für den Lehrer "Freiräume". Er kann sich im Unterrichtsgeschehen zurückhalten und die Schüler agieren lassen. Abgesehen davon, dass die Schüler nun untereinander die Aufgaben und ihre Bewältigung diskutieren, hat der Lehrer Zeit, sich einzelnen Schülern stärker zu widmen. Da DERIVE eine absolut syntaktische Korrektheit verlangt, verändert sich die Rolle des Lehrers zum helfenden Partner gegenüber dem Computer. Als Frage ergibt sich für die Unterrichtseinheit: "Wie entwickelt sich die Interaktion zwischen Lehrer und Schüler und zwischen den Schülern durch den Einsatz von DERIVE?"

➤ *DERIVE als Unterrichtsmedium und Unterrichtsgegenstand*

Die Art und Weise, wie das Programm beim Bearbeiten von Aufgaben hilft, wird vermutlich die Einstellungen der Schüler gegenüber den Lerninhalten und der Computertechnologie allgemein beeinflussen. Damit stellt sich mir die Frage: "Trägt der Einsatz von DERIVE zu einer Veränderung der Einstellung der Schüler gegenüber dem Computer bei?"

3. Informationen zum Unterricht

Um DERIVE wirklich sinnvoll einsetzen zu können, muss eine komplette Integration in die Unterrichtseinheit erfolgen. Das ist nur machbar, wenn bei Bedarf ohne großen Aufwand an der jeweils passenden Stelle im Unterrichtsgeschehen der Einsatz möglich ist. Das wiederum setzt das Vorhandensein der Computer im Zimmer voraus. Um dies zu arrangieren, verlegte ich den Unterricht in den Informatikraum. Zur Demonstration stand mir ein Laptop samt Display zur Auflage auf einen Overheadprojektor zur Verfügung, sodass der Inhalt des Bildschirms von DERIVE an die Wand projiziert werden konnte.

Der Einsatz von DERIVE erfolgte stets nur phasenweise. Um Zeit zu sparen und Problemen aus dem Weg zu gehen, habe ich (stets) eine Stillarbeitsphase vor dem Computereinsatz genutzt, um alle Rechner einzuschalten und DERIVE aufzurufen. Während dieser Unterrichtsphase hielt ich mich stark zurück und ließ die Schüler mit der Problembewältigung (fast) allein. Sie sollten sich mit ihrem Partner (je 2 Schüler an einem Rechner) oder anderen Arbeitsgruppen gegenseitig helfen. Damit die Schüler bei der Arbeit am PC nicht groß angeleitet werden müssen, erhielten sie jeweils Arbeitsbögen, mit deren Hilfe die Aufgaben bearbeitet werden konnten und auf denen sie die Ergebnisse notieren sollten.

DERIVE kam immer dann zum Einsatz, wenn es sich als Rechenhilfe bzw. zur Visualisierung anbot und die Schüler bereits mit dem Rechenverfahren als solchem vertraut waren. Beispiele des Einsatzes sind:

- Berechnung beliebiger Folgenglieder geometrischer Folgen
- Lösen von Ungleichungen (Konvergenzbetrachtungen)
- Visualisierung monotoner und beschränkter Zahlenfolgen auf der Zahlengeraden und im Koordinatensystem
- Visualisierungen mit DERIVE zum Verständnis des Grenzwertbegriffes (nach Weigand 1993, S. 235 ff.)
- DERIVE als Rechenhilfe bei rekursiv definierten Zahlenfolgen
- Einsatz von DERIVE bei einer Lernerfolgskontrolle

4. Ergebnisse

aus Schülersicht:

- ⊕ Die Mehrzahl der Schüler bestätigte, dass sie sich über einen weiteren Einsatz von DERIVE im Mathematikunterricht freuen würde. Viele Schüler empfanden DERIVE als interessant und als eine Bereicherung des Mathematikunterrichts.
- ⊕ Jedoch gab die Mehrheit der Schüler auch an, dass der Computereinsatz weder als besonders förderlich noch als Behinderung für das Erreichen der Lernziele war.

aus Lehrersicht:

- ⊗ Es zeigt sich (wie erwartet), dass die Arbeit mit DERIVE also "keine Wunderwaffe" ist, sondern eine bereichernde methodisch neue Unterrichtsform darstellt.
- ⊗ Computerarbeitsphasen sollten in der Regel nicht länger als 20-25 Minuten sein.
- ⊗ Noch mehr Gewicht muss auf die Interpretation der Ergebnisse gelegt werden.
- ⊗ Es bestätigen sich die Erfahrungen von Meißner (1996, S. 57 ff.), dass der Einsatz von DERIVE die Selbständigkeit der Schüler fördert und keine Unterrichtszeit freigesetzt wird. Die Schüler sind "gezwungen", aktiv mitzuarbeiten.
- ⊗ Meiner Meinung nach trugen diese Gespräche auch zu einem besseren Lehrer-Schüler-Verhältnis bei, da "offener" über Probleme gesprochen wurde.
- ⊗ Im Rahmen der erzieherischen Ziele der Schule gab der Einsatz von DERIVE die Gelegenheit zum Erwerb positiver Einstellungen und Fähigkeiten zur Teamarbeit in hoher, vom Schüler spürbarer Intensität.
- ⊗ Der Einsatz von DERIVE machte den leistungsschwächeren Schülern durch die geforderten Ergebnisinterpretationen ihre Lücken im Verständnis bewusst, die sonst im "normalen" Unterricht beim sturen Anwenden eines Algorithmus eventuell verborgen geblieben wären.
- ⊗ Die Verwendung von DERIVE hat die Einstellung der Schüler gegenüber dem Computer im positiven Sinne gestärkt.
- ⊗ Den Schülern gelang es, die gestellten Aufgaben in erfolgreicher Teamarbeit zum Großteil selbständig zu bearbeiten.
- ⊗ Durch die Visualisierungsmöglichkeiten von DERIVE und die dazu geführten Gespräche konnte der Begriffserwerb erleichtert werden.
- ⊗ Der Lehrer kann sich durch die geführten Gespräche ein gutes Bild vom Leistungsstand der Schüler machen. Diese fühlen sich durch die Gespräche "ernst" genommen.
- ⊗ Der "Zeitverlust" durch den Einsatz von DERIVE für (sonst stattfindende) Übungsphasen war relativ gering und wurde durch ein besseres Verständnis sogar kompensiert.
- ⊗ DERIVE trägt zu einer veränderten Gewichtung der Schülertätigkeiten bei: von Rechentätigkeiten zu Interpretationen.

5. Abschließende Bemerkungen

Insgesamt halte ich den Einsatz von DERIVE als Werkzeug zum Lösen mathematischer Aufgaben und zur Visualisierung für sehr vorteilhaft, jedoch darf der Einsatz nicht überhand nehmen.

So wie der Taschenrechner heutzutage ein selbstverständliches Rechenhilfsmittel im Mathematikunterricht ist, werden es zukünftig vermutlich Geräte im Taschenrechnerformat sein, die über Computeralgebrasysteme, wie beispielsweise DERIVE, verfügen.

Solche (heute noch relativ teuren) Geräte sind bereits auf dem Markt, wie z. B. der TI-92 oder TI-89 (von Texas Instruments), die beide DERIVE enthalten. Ein passendes Display zur Auflage auf den Overheadprojektor ist ebenfalls verfügbar. Die wahrscheinliche Verbreitung solcher Geräte und Nutzung durch den Schüler als Visualisierungsinstrument und (symbolische) Rechenhilfe werden vermutlich noch einschneidendere Veränderungen für die Konzeption des Mathematikunterrichts mit sich bringen als vor Jahren die Einführung des Taschenrechners.

Quellen (nur die hier verwendeten):

- Senatsverwaltung für Schule, Berufsbildung und Sport (Hrsg.): Vorläufiger Rahmenplan für Unterricht und Erziehung in der Berliner Schule, Gymnasiale Oberstufe, Fach Mathematik, Berlin, 1995
- Blum, W.: Der (Taschen-)Computer als Werkzeug im Analysisunterricht, Möglichkeiten und Probleme, in: Postel, H. (Hrsg.): Mathematik lehren und lernen, Festschrift für Heinz Griesel, Schroedel, Hannover, 1991
- Meißner, A.: Gedanken zum Erwerb der grundlegenden Begriffe der Analysis unter Verwendung von Computern und grafikfähigen Taschenrechnern (gTR), MU, Heft 6, 1996
- Weigand, H.-G.: Zur Didaktik des Folgenbegriffs, BI-Wissenschaftsverlag, Zürich, 1993