



Von der Lernumgebung über die Themenkiste zur Mathematikwerkstatt

Anregungen und Erfahrungen
aus SINUS-Schulen

Von der Lernumgebung über die Themenkiste zur Mathematikwerkstatt

Anregungen und Erfahrungen aus SINUS-Schulen

Impressum

Herausgeber

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft
Bernhard-Weiß-Straße 6, 10178 Berlin
Telefon 030 90227 5050

www.berlin.de/sen/bjw

Redaktion

Christian Bänsch, VI A 1, Sen BJW
Anita Pfeng, VI A 1.1, Sen BJW
Maria Hums-Heusel, VI A 1.3, Sen BJW

Autorenteam

Maria Hums-Heusel
Michael Jung
Anita Pfeng

Gestaltung

Studio SYBERG, Berlin

Titelbild

Beate Jentsch, Bernhard-Grzimek-Schule, Lichtenberg

Druck

Ruksaldruck, Berlin

1. Auflage, 2014

Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt.
Vervielfältigungen sind nur mit Zustimmung der Senatsverwaltung für Bildung,
Wissenschaft und Forschung des Landes Berlin zulässig.
Vervielfältigungen für schulische Zwecke sind ausdrücklich erwünscht.

© 2014 Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft

Inhalt

Einleitung

Wie kam es zu dieser Broschüre?	4
Worum geht es?	4
Wie ist sie aufgebaut?	5

1

Von der Aufgabe zur Lernumgebung



1.1 Lernumgebung – was ist das?	6
1.2 Lernumgebung „Zahlenschloss“ – ein Beispiel aus der Kombinatorik	9
1.3 Dokumente aus der Erprobung	12

2

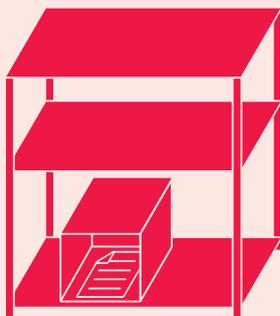
Von der Lernumgebung zur Themenkiste



2.1 Themenkiste – was ist das?	14
Ziele	15
Chancen	16
Herausforderungen	17
2.2 Schritte bei der Erstellung einer Themenkiste	18
2.3 Inhalt und Struktur unserer Themenkisten	19
Handreichung	19
Lernumgebung	20
Anschauungs- und Lernmaterialien	20
2.4 Einsatz, Aufbewahrung und Verwaltung der Themenkisten	21
2.5 Handreichung am Beispiel der Themenkiste Kombinatorik	22
2.6 Lernumgebungen aus der Themenkiste Kombinatorik	29
2.7 Ideen und Berichte aus den Schulen	46

3

Von der Themenkiste zur Mathematikwerkstatt



3.1 Mathematikwerkstatt – was ist das?	56
Ziele	59
Chancen	59
Herausforderungen	60
3.2 Schritte zur Einrichtung einer Mathematikwerkstatt	61
Wie beginnen?	61
Ressourcen	62
Inhaltliches Konzept	63
Raumkonzept	64
Organisatorisches	67
Geeignete Lehr- und Lernmittel	68
Lernarrangements	69
3.3 Ideen und Berichte aus den Schulen	70
3.4 Elemente einer Mathematikwerkstatt – Fotosammlung	86

Literatur	92
-----------	----

Einleitung

Wie kam es zu dieser Broschüre?

Seit einiger Zeit beobachten wir, dass die wachsende Heterogenität an den Grundschulen, besonders in der Jahrgangsmischung, dazu führt, dass die Kinder immer mehr in Einzelarbeit an individuellen Lernheften arbeiten und zu wenig über gemeinsame mathematische Inhalte gesprochen wird. Bei dieser Form von Differenzierung bleiben wichtige prozessbezogene Kompetenzen auf der Strecke. Im Mathematikunterricht ist es wichtig, alle mathematischen Kompetenzen alltagstauglich, anschlussfähig und nachhaltig aufzubauen und Fehlvorstellungen möglichst zu vermeiden bzw. rechtzeitig zu erkennen und zu korrigieren. Dafür müssen Lernangebote geschaffen werden, die von allen Kindern gleichzeitig, aber auf unterschiedlichem Niveau bearbeitet werden können und somit Sprechkanäle im Mathematikunterricht schaffen. Nur so können Lösungswege verglichen und optimiert, Ideen anderer aufgenommen, geprüft und weiterentwickelt werden.

Im Rahmen des SINUS-Programms haben die Kolleginnen und Kollegen der 60 Berliner SINUS-Schulen in den letzten Jahren Aufgaben und Lernumgebungen erprobt, weiterentwickelt und in drei Broschüren veröffentlicht (<http://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/sinus-grundschule-berlin.html>). Im Laufe der Zeit entstand der Wunsch, zu einem mathematischen Schwerpunkt ganze Themenkisten mit mehreren Lernumgebungen, didaktischer Handreichung und benötigtem Material zusammenzustellen, um auch fachfremd unterrichtende Lehrkräfte bei ihrer Professionalisierung zu unterstützen. Wir begannen mit der Themenkiste Kombinatorik und entwickelten so exemplarisch eine Vorlage für die Handreichung und die Lernumgebungen, die als Modell auch für weitere Themenkisten hilfreich sind.

Im gleichen Zeitraum bekamen die SINUS-Schulen fachliche und finanzielle Unterstützung, wenn sie an ihrer Schule eine Mathematikwerkstatt einrichten wollten.

Sowohl die Entwicklung von Themenkisten als auch die Einrichtung von Mathematikwerkstätten war eine große Herausforderung. Die Kolleginnen und Kollegen sammelten viele Erfahrungen und Erkenntnisse auf dem Weg von der Idee bis zur Umsetzung und der Prozess ist noch lange nicht abgeschlossen. Mit der vorliegenden Broschüre möchten wir unsere bisherigen Konzeptionen, Erfahrungen, Tipps und Materialien interessierten Kolleginnen und Kollegen zur Verfügung stellen und sie dazu ermutigen bzw. dabei unterstützen, sich selbst mit der Fachkonferenz Mathematik auf den Weg zu machen. In den beteiligten Schulen ist durch diesen Prozess der Stellenwert von Mathematik bei allen Beteiligten deutlich gestiegen und mit viel Engagement sichtbar gemacht worden. Neben der Erstellung von Themenkisten und der Einrichtung von Mathematikwerkstätten rückte Mathematik in vielfältiger Weise in den Vordergrund.

Worum geht es?

Der Inhalt dieser Broschüre spiegelt den Prozess wieder, der in den 60 Grundschulen stattfand, die am BLK-Programm SINUS Grundschule beteiligt waren, um eine Weiterentwicklung ihres Mathematikunterrichts zu bewirken. Die gemeinsame Suche nach einer nachhaltigen Veränderung des Mathematikunterrichts führte uns im Laufe der letzten Jahre von der Arbeit mit Lernumgebungen zu Themenkisten und in vielen SINUS-Schulen anschließend zu der Einrichtung einer Mathematikwerkstatt.

Obwohl die Ausgangslagen und Zielvorstellungen an den einzelnen Schulen sehr unterschiedlich waren, gab es drei gemeinsame zentrale Anliegen: die Entwicklung von Lernangeboten, die die große Bandbreite des Leistungsvermögens der Kinder berücksichtigen und individuell fördern, die Entwicklung zu einem aktiv-entdeckenden, kompetenzorientierten Unterricht und die fachliche Unterstützung der in der Mehrzahl fachfremd unterrichtenden Lehrkräfte an den Schulen.

Im ersten Kapitel „Von der Aufgabe zur Lernumgebung“ wird exemplarisch beschrieben, wie eine Aufgabe weiterentwickelt werden kann, damit daraus ein Lernangebot (Lernumgebung) entsteht, bei dem mit allen Kindern auf unterschiedlichem Leistungsniveau an einer mathematischen Fragestellung gearbeitet werden kann.

Im zweiten Kapitel „Von der Lernumgebung zur Themenkiste“ stellen wir das Konzept und die Materialien (Raster für eine Handreichung und für die Lernumgebungen) vor, die wir im Laufe der SINUS-Arbeit erarbeitet haben, um eine Themenkiste zu erstellen, die mehr als nur eine zufällige Material- und Aufgabensammlung sein muss, wenn sie für alle Kolleginnen und Kollegen unterstützend sein soll. Darüber hinaus finden Sie in diesem Kapitel exemplarisch die Handreichung und die Lernumgebungen zu der Themenkiste Kombinatorik, die inhaltlicher Schwerpunkt auf den gemeinsamen SINUS-Settreffen war. Erfahrungsberichte direkt aus Schulen runden dieses Kapitel ab.

Das dritte Kapitel „Von der Themenkiste zur Mathematikwerkstatt“ beschreibt die einzelnen Schritte, die bedacht werden müssen, wenn man eine Lernwerkstatt Mathematik einrichten möchte. Sie finden viele Anregungen und Tipps, die durch die Erfahrungen der Kolleginnen und Kollegen gesammelt werden konnten. Die unterschiedlichen Konzepte, die einer Mathematikwerkstatt zugrunde liegen können, werden beschrieben und die Vor- und Nachteile von bestimmten Ausstattungsgegenständen oder Strukturierungsmerkmalen vorgestellt und kommentiert. Erfahrungsberichte aus der Praxis geben einen Einblick in die Vielfältigkeit beim Aufbau einer Mathematikwerkstatt.

Wie ist die Broschüre aufgebaut?

Sie besteht neben der Einleitung aus drei Teilen: Lernumgebung, Themenkiste und Mathematikwerkstatt, die farblich unterschiedlich gekennzeichnet sind, um den Lesern eine schnelle Orientierung zu ermöglichen. Sie können je nach Interesse auch einzeln gelesen werden.

Die Struktur innerhalb der Kapitel ist weitgehend gleich. Nach einer Begriffsklärung (Was ist das?) werden in einem theoretischen Teil die Schritte beschrieben, die zur Erstellung einer Lernumgebung, einer Themenkiste oder der Einrichtung einer Mathematikwerkstatt nach unseren Erfahrungen notwendig und hilfreich sind bzw. was sich in der Praxis bewährt hat.

Diesem theoretischen Teil folgen in jedem Kapitel ein oder mehrere konkrete Beispiele bzw. Berichte aus der Praxis. In den SINUS-Gruppen wurden kombinatorische Aufgaben zu Lernumgebungen weiterentwickelt und für die Unterrichtszwecke angepasst.

Im dritten Kapitel schließen an den theoretischen Teil Praxisberichte aus SINUS-Schulen an, die die vielfältigen Möglichkeiten bei der Einrichtung einer Mathematikwerkstatt deutlich machen. Den Abschluss der Broschüre bildet die Literaturliste.

Wir bedanken uns bei allen Schulen, die uns für diese Veröffentlichung ihre Erfahrungsberichte und Fotos zur Verfügung gestellt haben. Leider konnten wir aus Platzgründen nicht alle veröffentlichen. Wir mussten daher eine Auswahl treffen, bei der wir vor allem die Verschiedenartigkeit der Konzepte und Ideen berücksichtigt haben.

1

Von der Aufgabe zur Lernumgebung



1.1 Lernumgebung – was ist das?

Die zunehmende Heterogenität in einer vermeintlich homogenen Jahrgangsklasse und der Unterricht in Klassen mit Jahrgangsmischung erfordern eine Differenzierung des Unterrichts, um dem unterschiedlichen Leistungsvermögen aller Kinder gerecht zu werden und sowohl die Leistungsschwächeren als auch die Leistungsstarken optimal zu fördern.

In solchen Situationen wird oft zu besonderen Lernangeboten, wie z.B. Wochenplanarbeit, Lernen an Stationen, Lernen auf individuellen Lernwegen oder Einzelarbeit mit individuellen Arbeitsheften zurückgegriffen. Vielfach entwickeln die Lehrkräfte Aufgabenangebote mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden (z. B. kategorisiert in leicht-mittel-schwer). Gerade bei dieser Form von Differenzierung können wichtige allgemeine Kompetenzen nicht genug entwickelt und gefördert werden. Denn ein gemeinsames Bearbeiten der Aufgabenstellung und der Austausch über die unterschiedliche Vorgehensweise und die verschiedenen Lösungswege kann nicht oder nur begrenzt stattfinden.

Ein zentrales Element jedes Mathematikunterrichts sind die Aufgaben, an denen die Schülerinnen und Schüler arbeiten. Für den Lernprozess und für einen kompetenzorientierten Unterricht ist es wichtig, gemeinsam an einer Aufgabe zu arbeiten. Um an die unterschiedlichen Voraussetzungen und Leistungsvermögen der Lernenden anzuknüpfen, muss dies auf unterschiedlichem Niveau möglich sein. Wittmann (1994) spricht hier von der natürlichen Differenzierung, Büchter und Leuders (2005) nennen dies selbstdifferenzierende Aufgaben.

Der Begriff Lernumgebung wird in der Literatur unterschiedlich definiert. Im Folgenden orientieren wir uns an den Ausführungen von Wollring (2009). Er beschreibt Lernumgebungen als „große gerahmte Aufgabenfelder“ und damit eine Erweiterung des Begriffs „Aufgabe“. Eine Lernumgebung ist eine flexible, große Aufgabe, die aus einem Netzwerk kleiner Teilaufgaben besteht, die durch bestimmte Leitgedanken zusammengebunden sind (vergl. Wollring, 2009). Bei den Teilaufgaben handelt es sich um vertiefende Fragestellungen, die auf unterschiedlichen Verständnis- bzw. Abstraktionsebenen lösbar sind.

Bei einer Lernumgebung handelt es sich immer um Aufgabenstellungen, die über einfache Rechenroutinen hinaus zum Problemlösen, Argumentieren, Kommunizieren und Weiterdenken herausfordern, also zu einem aktiv entdeckenden und kompetenzorientierten Lernen. Sie ermöglicht Einsichten in mathematische Strukturen und Gesetze.

Eine Lernumgebung basiert nicht auf kleinschrittigem Lernen mit vorgezeichneten Lösungswegen und Musterlösungen, sondern lässt persönliche Denkwege und Darstellungsformen zu. Sie bietet so die Möglichkeit, eine mathematische Aufgabe aus mehreren Blickwinkeln zu sehen, und fördert damit ein Lernen in Sinnzusammenhängen.

Eine Lernumgebung (vgl. Hengartner, 2006) ...

... hat einen mathematisch fundierten „substanziellen“ Kern und ist reichhaltig genug, um eine Differenzierung in verschieden gestufte Anforderungen zu ermöglichen.

... berücksichtigt die Heterogenität der Schülerinnen und Schüler und ist so formuliert, dass sie verschiedene Bearbeitungs- und Lösungsmöglichkeiten zulässt.

... bietet durch eine Kernaufgabe mit niedriger Eingangsschwelle allen Lernenden (auch Kindern mit besonderem Förderbedarf) Zugang und fordert zum eigenen Ausprobieren heraus.

... bietet durch vertiefende Teilaufgaben, die im Anschluss an die Kernaufgabe bearbeitet werden, Entdeckungen auch auf höheren Niveaus und schafft damit einen fachlichen Rahmen, in dem alle Kinder gefördert oder gefordert werden können. Wittmann/Müller (1990/1992) und Hengartner (2006) sprechen hier von „Rampen“, also weiterführenden Herausforderungen für die leistungsstärkeren Kinder.

... trägt zur Entwicklung der prozessbezogenen Kompetenzen und der Kooperationsfähigkeit bei, bietet Sprechansätze und schafft Raum für mathematisches Forschen und Entdecken.

... ermöglicht den Schülerinnen und Schülern, ihr eigenes Handeln zu reflektieren und sich argumentativ mit der Sicht und der Vorgehensweise von anderen auseinander zu setzen.

Allerdings garantiert eine Lernumgebung allein noch keinen kompetenzorientierten und differenzierten Unterricht. Wichtig ist auch der Umgang mit ihr und die damit veränderte Lehrerrolle. Die Lehrkraft ist nicht mehr allein Wissensvermittler wie in einem lehrerzentrierten Unterricht, sondern Moderator eines selbstbestimmten, aktiv-entdeckenden Lernens.

Die Lehrkraft muss die Vielfalt der möglichen Strategien und Lernwege kennen, um den Schülerinnen und Schüler durch passende Impulse bei ihren individuellen Lösungswegen behilflich zu sein.

Dazu ist es förderlich, dass die Lehrkraft die Aufgabe selbst erprobt hat, z.B. in der Fachkonferenz, um zu wissen, was in ihr steckt. Sie muss imstande sein, Teillösungen der Kinder oder erst in Ansätzen entwickelte Strategien zu erkennen, positiv zu werten und in die weiterführende Arbeit mit aufzunehmen. Wollring (2009) umschreibt dies mit dem Begriff der Anerkennungskultur; das bedeutet, dass die Lehrkraft positiv wertend und mit kompetenzorientierter Sicht auf die Beiträge der Kinder eingeht. Fehler werden als Lernchancen gesehen, da der produktive Umgang mit Fehlern für den Erwerb von Lernstrategien bedeutsam ist.

Bei der Arbeit mit Lernumgebungen sollten deshalb folgende Punkte beachtet werden:

Eine Einführung muss sicherstellen, dass jedes Kind die Aufgabenstellung verstanden hat. Ein Beispiel für einen möglichen Lösungsweg wird nicht gegeben, denn diese Vorgabe würde verhindern, dass die Schülerinnen und Schüler ihren persönlichen Lösungsweg suchen und entdecken. Es soll auch nicht von vornherein verhindert werden, dass Kinder zunächst in „falsche“ Richtungen denken.

Um in den Lernumgebungen die erforderlichen Optionen zum eigenen Gestalten, zum Verbessern, zum Nachdenken und zum Entdecken zu öffnen, stehen unterstützende Anschauungsmaterialien oder z.B. auch Tippkarten zur Verfügung. In unseren erprobten Lernumgebungen zur Kombinatorik waren das in erster Linie konkrete Materialien, z. B. Zahlenschlösser, Ziffernkarten, Steckwürfel, Legosteine, Bildkarten. Diese standen in ausreichender Menge zur Verfügung und konnten bei Bedarf herangezogen werden. Auf diese Weise können Lösungsmöglichkeiten zuerst handelnd erprobt werden, bevor eine Lösung dokumentiert wird.

Begleitet wird der Lösungsprozess durch die Möglichkeit, individuelle Notizen, Entdeckungen, Zeichnungen, Nebenrechnungen zunächst in einer eher formlosen Art festzuhalten. Erst in einem zweiten Schritt werden der Lösungsweg und bedeutsame Zwischenschritte in einer zunehmend geordneten Form zum Behalten (vgl. Wollring, 2009, S.16) dokumentiert. Beides kann in einem speziellen Forscher- oder Ideenheft festhalten werden. Die Lernenden beschreiben und notieren ihre Überlegungen zur Lösung der Aufgabe und versuchen diese so darzustellen, dass andere Kinder sie nachvollziehen können. Das kann durch ein Rechenbild oder durch eine Beschreibung in Worten geschehen. Dabei gelingt es einigen Kindern bereits, auch zu begründen bzw. Erklärungen für ihren Denkweg zu formulieren.

Das Vorstellen verschiedener Arbeitsergebnisse (an der Tafel, im Stuhlkreis, als „Museumsgang“, als Partnerarbeit, in der Mathekonferenz etc.) dient dem Austausch, der Auswertung und der Präsentation. Es ist wichtig, dass die Lernenden ihre unterschiedlichen Denkwege reflektieren und diskutieren können. In der Reflexion wird das mathematische Verständnis vertieft. Hier ist das Argumentieren gefragt: Was unterscheidet meinen Weg von dem der anderen Kinder? Worin liegt seine Stärke/Schwäche? Würde ich einen anderen Lösungsweg für mich annehmen?

1.2 Lernumgebung „Zahlenschloss“ – ein Beispiel aus der Kombinatorik

Inzwischen gibt es zahlreiche Beispiele und Sammlungen von Lernumgebungen in der Literatur. In der SINUS-Arbeit haben wir uns unter anderem oft an Lernumgebungen von Hengartner, Hirt, Wälti, verschiedenen Mathematik-Grundschulzeitschriften und dem Lehrwerk „Das Mathematikbuch – Lernumgebungen“ von Klett orientiert. Trotzdem findet man nicht für jedes Thema die passende Lernumgebung für die eigene Klasse oder man hat einfach nicht die Zeit danach zu suchen. Aus diesem Grund möchten wir Mut machen, Aufgaben selbst zu Lernumgebungen auszubauen.

In unserer SINUS-Arbeit haben wir festgestellt, dass sich der Blick für gute Aufgaben und deren Potenzial zum Ausbau einer Lernumgebung im Laufe der Zeit schärft.

Lernumgebungen können ganz verschieden sein, je nachdem, welche mathematischen Inhaltsbereiche sie betreffen. Häufig findet man Lernumgebungen, bei denen Übungsaufgaben mit einer Struktur, einem Muster oder einer Gesetzmäßigkeit verbunden sind. Neben den mathematischen Fertigkeiten und Fähigkeiten können Schülerinnen und Schüler mathematische Strukturen entdecken, erforschen, beschreiben, fortsetzen und selber erzeugen (Wittmann, 2003) und für sich und auch für andere Erklärungen und Begründungen suchen.

Während unserer SINUS-Arbeit entstand der Wunsch, Lernumgebungen aus dem Bereich der Kombinatorik zu entwickeln, da dies in der Grundschule ein mathematischer Bereich ist, der oft noch immer zu kurz kommt und auf den fachfremd unterrichtende Lehrkräfte wenig vorbereitet sind. So wurde z. B. in jedem Schulset gemeinsam an einer Themenkiste (siehe Kapitel 2) zur Kombinatorik gearbeitet. Unser Ziel war es, Aufgaben zur Kombinatorik zu Lernumgebungen zu erweitern. Dieser Prozess soll an der Zahlenschlossaufgabe näher beschrieben werden:

Weitere von uns erprobte Beispiele aus der Kombinatorik finden Sie im Kapitel 2 dieser Broschüre und demnächst im Internet unter:

<http://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/11121.html>

Lernumgebung: Koffer-Zahlenschloss

Frau Winterfeld hat den Zahlencode ihres neuen Zahlenschlosses vergessen. Jetzt kann sie ihren Koffer nicht mehr öffnen. Zum Glück weiß sie noch die einzelnen Ziffern und dass jede Ziffer nur einmal vorkam. Aber leider hat sie die richtige Reihenfolge vergessen. Die Ziffern lauten 1, 2, 8.



- 1 Schreibe auf, welche Kombinationen es gibt.
- 2 Schreibe auf, wie du vorgegangen bist.
- 3 Sortiere die Kombinationen und schreibe sie noch einmal geordnet auf.
- 4 Begründe und notiere, warum du sicher bist, dass du alle Kombinationen gefunden hast.
- 5 Bei der nächsten Reise hat sie das gleiche Problem, diesmal erinnert sie sich nur noch an die Ziffern 1 und 2. Sie weiß auch noch, dass die dritte Ziffer eine 8 oder eine 9 war. Schreibe alle Kombinationen auf, die sie probieren muss.
- 6 Für ihr Fahrrad hat Frau Winterfeld ein Zahlenschloss mit den vier Ziffern: 1, 3, 5, 7. Notiere alle möglichen Kombinationen.
- 7 Denke dir selbst eine Aufgabe zu Ziffernkombinationen aus. Notiere sie. Tausche sie mit deinem Nachbarn aus.

Ausgangspunkt dieser Lernumgebung ist eine Aufgabenstellung mit substanziellem mathematischem Gehalt, die Kernaufgabe. Es handelt sich um eine Aufgabe aus der Kombinatorik. Sie fordert zu Fragen, Diskussionen und Argumentationen heraus, z.B.:

- Wie viele Möglichkeiten von Schlosskombinationen gibt es?
- Wie kann ich vorgehen?
- Nehme ich Material zu Hilfe?
- Wie stelle ich meinen Lösungsweg dar (Zeichnung, Text)?
- Welches ist der beste und schnellste Lösungsweg?
- Wie überprüfe ich, ob ich alle Möglichkeiten gefunden habe?

In der Kernaufgabe wird bewusst die Frage „Welche Möglichkeiten ...?“ gewählt und nicht „Wie viele ...?“, um deutlich zu machen, dass alle Kombinationen gesucht und benannt werden sollen und nicht nur die Anzahl (das fordert sonst zum bloßen Raten heraus) gefragt ist.

Die Bearbeitung der Kernaufgabe ist auf unterschiedlichem Niveau möglich. Manche Kinder stellen auf dem Zahlenschloss (wenn vorhanden) verschiedene Kombinationen ein oder nutzen Material in Form von Zahlenkärtchen und erproben die verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten handelnd, bevor sie sie schriftlich notieren. Andere notieren die verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten gleich in ihrem Forscherheft. Einige Schülerinnen und Schüler finden nur wenige Kombinationen und arbeiten noch ungeordnet. Andere schreiben alle Möglichkeiten geordnet und vollständig auf. Damit knüpft die Aufgabenstellung an die individuellen Voraussetzungen der Lernenden an und sichert die Zugänglichkeit der Aufgabe.

Vertiefende Teilaufgaben

Die Teilaufgaben 2–7 schließen sich an die Kernaufgabe an. Durch die Erweiterung wird eine Differenzierung in verschieden gestufte Anforderungen bewirkt. Sie ermöglichen vertiefende Einsichten und Herausforderungen für alle Lernenden. Nicht jede Teilaufgabe muss von jedem Kind auf die gleiche Weise bearbeitet werden und nicht alle Teilaufgaben müssen von allen gelöst werden.

In Teilaufgabe 2 und 3 reflektieren die Schülerinnen und Schüler ihre eigene Vorgehensweise. Sie müssen nun ihren Lösungsweg beschreiben. Damit wird nicht der Schwierigkeitsgrad der Aufgabe gesteigert, sondern eine andere Art von Anforderung gestellt, nämlich einen Lösungsweg verständlich zu beschreiben. Man darf nicht vergessen, dass der Erwerb der Kompetenz, die eigene Vorgehensweise bei der Lösung einer Aufgabe zu beschreiben, ein längerer Prozess ist. Es ist eine große Herausforderung für Schülerinnen und Schüler, mathematische Inhalte und Vorgänge bzw. ihre Lösungswege mit ihrem aktuellen Wortschatz zu beschreiben. Hier brauchen sie Zuspruch und die Wertschätzung durch die Lehrkraft, auch wenn solche Beschreibungen zunächst eher kurz und sehr umgangssprachlich geprägt sind. Für die Lehrkraft bietet sich hier die Möglichkeit – an der richtigen Stelle und der Schulstufe angemessen –, gute Formulierungen oder mathematische Begriffe aufzugreifen oder selbst zu nennen. Auf diese Weise lernen die Schülerinnen und Schüler, ihre Überlegungen zunehmend in mathematisch korrekter Form zu beschreiben.

Insgesamt bieten diese Beschreibungen bei der Präsentation der Ergebnisse eine gute Kommunikations- und Argumentationsgrundlage dafür, dass die Schülerinnen und Schüler über ihre unterschiedlichen Lösungsansätze und -wege ins Gespräch kommen.

Die Teilaufgaben 4, 5 und 6 schaffen Herausforderungen für schneller Lernende auch durch die Erweiterung der Möglichkeiten.

In der Teilaufgabe 7 werden die Lernenden angeregt, selbst Aufgaben (Eigenproduktionen) zu entwickeln. Diese haben in der Regel einen hohen Motivationscharakter und erlauben jedem Lernenden die Formulierung einer Aufgabe, die seinem Leistungsniveau entspricht. Sie dienen deshalb der Differenzierung sowie der Reflexion und Anwendung des Gelernten.

Vertiefende Teilaufgaben als Alternative

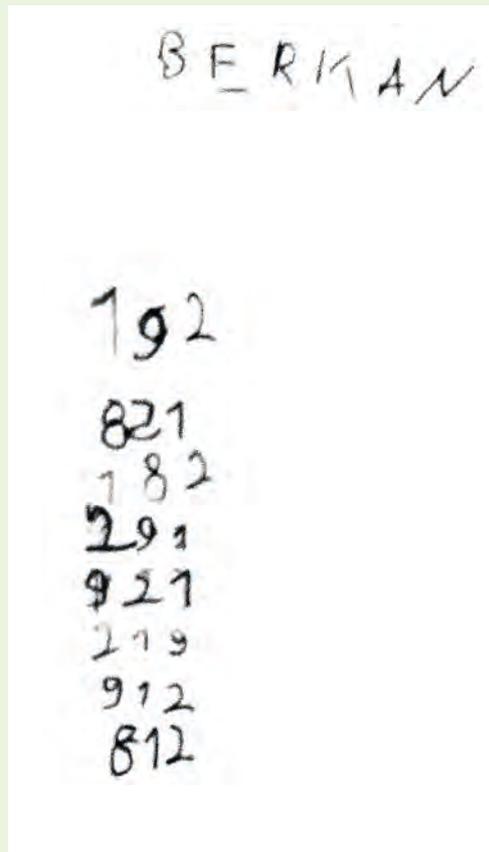
Diese Variante, aus einer Aufgabe eine Lernumgebung zu entwickeln, ist nur eine aus einer Vielzahl von Möglichkeiten. Wichtig ist, dass sie die Kriterien einer Lernumgebung (→ Kapitel 1.1) erfüllt. Anregungen dazu findet man z.B. bei Büchter und Leuders (2005) sowie bei Wollring (2009).

Einige Anregungen für alternative vertiefende Fragestellungen zur Zahlenschlossaufgabe seien hier noch genannt, um das breite Potenzial der Aufgabe aufzuzeigen:

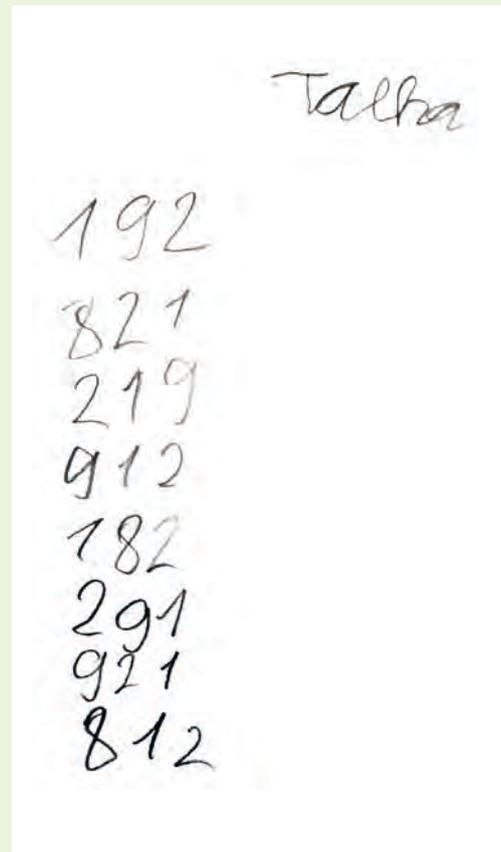
- Wie viele verschiedene Kombinationen lassen sich insgesamt mit einem Zahlenschloss mit drei Ziffern einstellen?
- Wie ist es bei einem Zahlenschloss mit vier Ziffern?
- Was ist, wenn man keine Ziffer mehrfach verwenden will? Wie viele mögliche Kombinationen lassen sich dann einstellen?
- Wofür werden Zahlencodes noch verwendet? (Handy-PIN, EC-Karten)
- Welche Zahlenkombinationen sind besonders beliebt und sollten daher vermieden werden?

1.3 Dokumente aus der Erprobung

Die folgenden Dokumente (zu Teilaufgabe 5) entstanden aus der Erprobung in Klassen mit Jahrgangsmischung und in verschiedenen Jahrgangsklassen 2 bis 3:

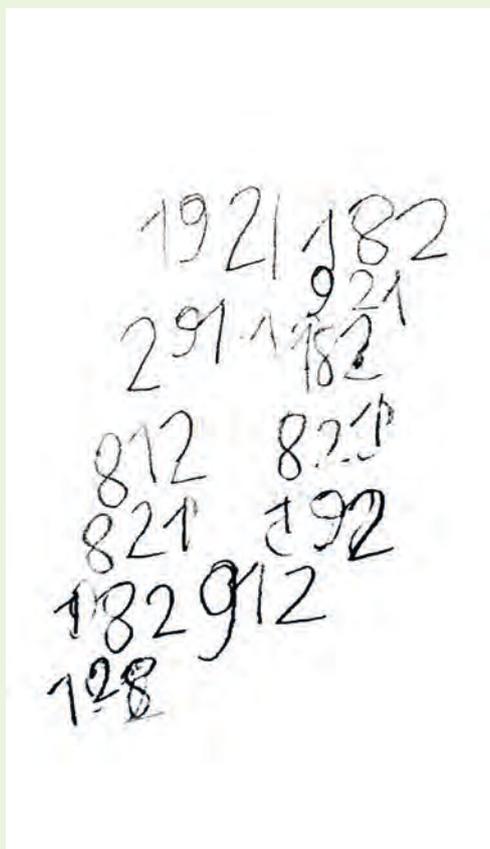


Berkan; Klassenstufe 2

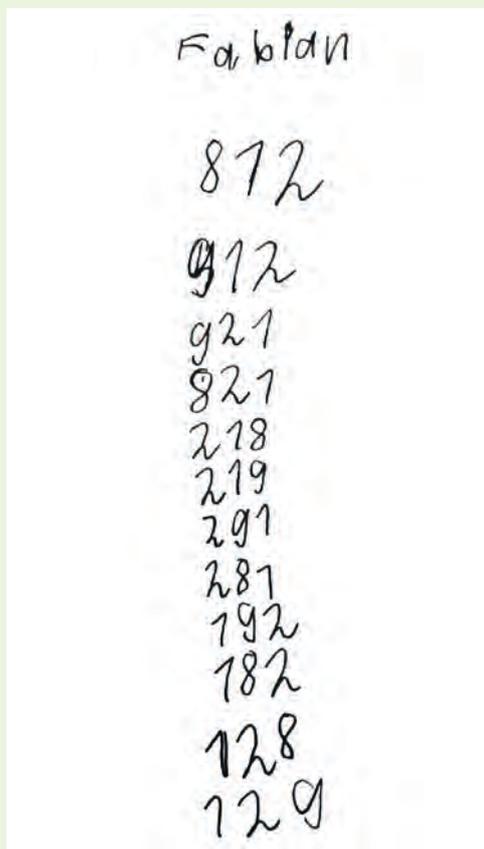


Talha; Klassenstufe 3

Obwohl die Aufgabe nicht so leicht ist, gelingt es doch allen Kindern, einen Teil der Kombinationen durch Probieren zu finden. Sowohl **Berkan** aus der Klassenstufe 2 als auch **Talha** aus der Klassenstufe 3 finden jeweils 8 von 12 möglichen Lösungen durch Probieren mit einem realen Zahlenschloss. Probieren ist – nicht nur in der Grundschule – ein legitimes heuristisches Mittel zur Problemlösung. Beide Kinder gehen dabei noch ungeordnet vor, haben aber keine Kombination doppelt.



Hamza; Klassenstufe 2



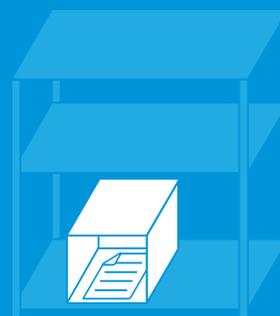
Fabian; Klassenstufe 3

Hamza findet 12 mögliche Kombinationen, einige sind jedoch mehrfach vertreten. Die Kombination 182 hat sie dreimal und die Kombinationen 192 und 821 jeweils zweimal vermerkt. Ihr Vorgehen entspricht auch eher dem ungeordneten Probieren. Bei ihr lassen sich aber bei einigen Kombinationen die ersten Ansätze eines geordneten Probierens erkennen. Bei den Kombinationen 812–821 und 182–128 lässt sie die erste Ziffer stehen und tauscht jeweils die zweite und dritte Ziffer. Da sie dies aber nicht konsequent macht und ihre gewonnenen Zahlen nicht auf Doppelungen überprüft, findet sie manche Kombinationen mehrmals.

Fabian findet alle 12 Kombinationen. Er geht ganz klar strukturiert und geordnet vor, indem er immer zwei Ziffern beibehält und die dritte variiert.

2

Von der Lernumgebung zur Themenkiste



2.1 Themenkiste – was ist das?

Themenkisten sind Kisten mit durchdacht zusammengestelltem Unterrichtsmaterial, durch das der Unterricht optimal vorbereitet ist. Hier findet sich alles, was zur Durchführung einer ganzen Unterrichtseinheit, einer einzelnen Unterrichtsstunde oder einer Förderstunde benötigt wird:

- eine gezielte Auswahl von guten Aufgaben (möglichst) in Form von Lernumgebungen,
- das dazugehörige Material, das handelndes Arbeiten der Schülerinnen und Schüler unterstützt,
- eine Handreichung, die der Lehrkraft einen Überblick über das Thema verschafft und ihr methodisch-didaktische Hilfen zur Unterrichtsgestaltung liefert.

Im Handel findet man üblicherweise unter Themenkisten eine bloße Ansammlung von Materialien und Kopiervorlagen, die sequenziell und unvernetzt abgearbeitet werden sollen.

Die Qualität „unserer“ Themenkisten ist eine andere. Das Kernstück jeder „SINUS-Themenkiste“ sind solche Lernumgebungen, die die Heterogenität der Lernenden berücksichtigen und das aktiv-entdeckende Lernen unterstützen. (→ Kap. 1.1)

Thematische Schwerpunkte der Themenkisten sind vielfältig. So können Themenkisten entstehen zur Geometrie, zu Größen, zum Sachrechnen, zur Zahlbereichserweiterung, zum Einmaleins, zur Bruchrechnung, zur Förderung rechenschwacher oder auch rechenstarker Kinder, zum Knobeln, um nur einige Beispiele zu nennen.

Bei der Auswahl der mathematischen Themen bildet der Rahmenlehrplan die Grundlage:

- Form und Veränderung
- Zahlen und Operationen
- Größen und Messen
- Daten und Zufall

Andererseits spielt auch die spezifische Situation der Schule eine Rolle.

- Welche Besonderheiten kennzeichnen meine Schule? (Jahrgangsübergreifendes Lernen, Schule im sozialen Brennpunkt, Anteil der Kinder n. d. H., Schwerpunktschule mit sonderpädagogischem Förderbedarf, Hochbegabtenförderung ...)
- Welchen Schwerpunkt hat die Schule im Schulprogramm formuliert? (Sprachförderung, individualisiertes Lernen ...)
- Welche Ergebnisse hat die Schule bei VERA erzielt? Müssen bestimmte Themenbereiche aufgegriffen und intensiviert werden?

Damit ergeben sich Kriterien, die für die Wahl der Themen einer Themenkiste bestimmend sein können und über die sich die Kolleginnen und Kollegen vorab verständigen müssen.

Themenkisten stellen somit ein Unterrichtsmaterial dar, das ganz bewusst auf die jeweilige Schule zugeschnitten ist, also auch von Schule zu Schule sehr unterschiedlich zusammengestellt sein kann.

Ziele

Aus der Sicht der Lehrkraft stellt das Arbeiten mit einer Themenkiste eine Arbeitsentlastung dar, denn die Zeit für die Unterrichtsvorbereitung (wie z.B. das Sichten und Auswählen von möglichst geeigneten Aufgaben, das Entwickeln von methodischen Ideen, das Organisieren von Arbeitsmaterialien) entfällt.

Für fachfremd unterrichtende Kolleginnen und Kollegen bietet das Arbeiten mit Themenkisten zudem Unterstützung in ihrer fachlichen Qualifikation. In den zu jeder richtigen Themenkiste gehörenden Handreichungen finden sie Hinweise für einen kompetenzorientierten Unterricht.

Mathematische Themen, die in manchen Schulbüchern vernachlässigt werden, können in Form von Themenkisten aufbereitet werden und erhalten einen neuen Stellenwert.

Es können gezielt Themen aufgegriffen werden, die kritische Stellen im Lernprozess darstellen, wie z.B. die Entwicklung der Zahlvorstellung oder die Bedeutung des Stellenwerts.

Die vorbereitete Umgebung schafft Freiraum und unterstützt die Lehrperson in ihrer Aufgabe, Lernprozesse zu beobachten und Lernergebnisse zu dokumentieren.

Die Lernenden profitieren von der vorbereiteten Umgebung und die Lernzeit wird besser genutzt.

Die Qualität der Aufgaben und die Materialien, die bereitgestellt werden, fordern die Schülerinnen und Schüler und Schüler zur Selbsttätigkeit heraus. Unterschiedliche Lern- und Leistungsmöglichkeiten werden berücksichtigt, Kinder lernen mit- und voneinander. Fachliches und soziales Lernen findet statt.

Unterrichten mit Themenkisten nützt allen Kindern und ermöglicht ihnen im Sinne der Inklusion die Teilhabe am Unterricht.

Chancen

Das Entwickeln und die Zusammenstellung einer Themenkiste ist eine anspruchsvolle Arbeit, die zunächst Zeit und Engagement der Kolleginnen und Kollegen braucht. Langfristig entlastet es aber sehr, da der Einsatz im Unterricht dann ohne größeren Vorbereitungsaufwand möglich ist, und das auch in späteren Schuljahren.

Der intensive fachliche Austausch bietet gleichzeitig eine Möglichkeit, sich schulintern im Rahmen der Fachkonferenz zu qualifizieren. Die gemeinsame Arbeit an der Erstellung einer Themenkiste lenkt die Diskussion auf einen kompetenzorientierten Unterricht, ohne theoretisch zu bleiben. Es werden Aufgaben gesichtet, entwickelt, ausprobiert und sinnvolle Arbeitsmittel ausgewählt. Der Blick auf die Auswahl der Lern- und Anschauungsmittel wird geschärft:

- Welches Material ist sinnvoll?
- Ist es gut strukturiert?
- Dient es als Lernhilfe, um sinnvolle Rechenstrategien zu entwickeln?
- Dient es ausschließlich als Lösungshilfe oder wird durch den Einsatz auch ein gedanklicher Prozess in Gang gesetzt?
- Ist eine differenzierte Herangehensweise möglich?
- Lädt das Material zum Experimentieren ein?

Fachfremd unterrichtende Lehrerinnen und Lehrer, die an der Entwicklung einer Themenkiste beteiligt sind, profitieren von der Kommunikation über Mathematik. Die Sichtweise auf den Mathematikunterricht verändert sich, denn in der Diskussion darüber werden die mathematischen Inhalte genauer betrachtet, hinterfragt und weiterentwickelt. Dabei werden zentrale Fragen gestellt und diskutiert:

- Welche Bedeutung hat das Thema für das weitere Lernen im Mathematikunterricht?
- Ist die Aufgabenstellung so gewählt, dass inhaltsbezogene und prozessbezogene Kompetenzen erworben werden können?
- In welcher methodischen Unterrichtsform (Wochenplanarbeit, Projektarbeit, Stationsarbeit etc.) ist der Einsatz der Themenkiste sinnvoll?

Die Fachkonferenz erfährt einen neuen Stellenwert. Hier wird die Themenauswahl erörtert und festgelegt, Planungsschritte besprochen und Verantwortlichkeiten vereinbart. Später ist die Fachkonferenz der Ort, an dem ein Austausch über die Erfahrungen im Umgang mit den Themenkisten fester Bestandteil sein sollte.

Die Kooperation der Fachkollegen wird gefördert und als Arbeitsentlastung erlebt.

Der Einsatz von Themenkisten leistet einen Beitrag, um nachhaltig die Qualität des Mathematikunterrichts zu verbessern. Intention ist es, einen breiten Austausch unter den Mathematik unterrichtenden Kolleginnen und Kollegen zu initiieren und dabei über Aufgabenstellungen zu reflektieren, gegebenenfalls Veränderungen vorzunehmen oder Ergänzungsvorschläge aufzunehmen. Die Themenkiste befindet sich im Idealfall in einem ständigen Prozess der Weiterentwicklung.

Herausforderungen

Das Team der Mathematik unterrichtenden Lehrerinnen und Lehrer muss sich bewusst machen,

- dass das Erstellen einer Themenkiste eine gemeinsame Aufgabe und nicht die Aufgabe einzelner Kolleginnen und Kollegen ist,
- dass es ein Prozess ist, der Ausdauer und Geduld braucht,
- dass der Weg von der Themenauswahl zur fertigen Themenkiste einen Prozess darstellt, der inhaltlich und organisatorisch geplant werden muss.

Kreativität und Ideenreichtum sind gefragt.

Rückblick

Ein Schwerpunkt des SINUS-Projekts des vergangenen Jahres lag darin, in den Settreffen gemeinsam mit den Kolleginnen und Kollegen das Erstellen einer Themenkiste Schritt für Schritt umzusetzen, ihnen Arbeitshilfen an die Hand zu geben und sie beim Prozess der Umsetzung in der eigenen Schule zu unterstützen.

Hierzu wurde das Thema „Kombinatorik“ ausgewählt.

Kombinatorik ist ein Thema, das in der Grundschule häufig nur am Rande behandelt wird, obgleich es einen hohen Alltagsbezug hat und in der Oberschule und im Leben von Bedeutung ist. In den meisten Lehrwerken wird die Kombinatorik lediglich auf das „Urnenmodell“ reduziert. Für uns war das Grund genug, dieses Thema zu wählen, um daran exemplarisch eine Themenkiste zu erstellen.

In mehreren Settreffen wurde das Thema diskutiert, Aufgaben ausprobiert, Lernumgebungen entwickelt und passendes Material ausgewählt.

Ziel war es, die Kolleginnen und Kollegen dazu anzuregen, selbst weitere Themenkisten zu entwickeln, die besonders gut zu ihrer Schule passen. Im Laufe des Schuljahres sind in den verschiedenen Schulgruppen eine Reihe von Themenkisten zu unterschiedlichen Themen entstanden.



2.2 Schritte bei der Erstellung einer Themenkiste

Hat sich eine Gruppe von Kolleginnen und Kollegen gefunden, die das Erstellen von Themenkisten auf den Weg bringen will, so ist es hilfreich und notwendig, diese Idee im Kollegium zu kommunizieren, das heißt,

- die Schulleitung über die Entwicklung auf dem Laufenden zu halten, denn ihre positive Haltung und Unterstützung trägt zum Gelingen des Projekts bei,
- der Gesamtkonferenz das Projekt vorzustellen,
- das Vorhaben auf Elternabenden und in der Gesamtelternvertretung zu präsentieren, um Unterstützung zu finden, sei es ideeller, finanzieller oder praktischer Art.

Für die Entwicklung der Themenkiste sind unterschiedliche Vorgehensweisen denkbar:

- Die Kolleginnen und Kollegen arbeiten jahrgangsweise zusammen.
- Die Fachkonferenz arbeitet gemeinsam an einem Thema.
- Die Kolleginnen oder Kollegen, die bereits über mehr Erfahrung verfügen, sind für eine Arbeitsgruppe „Entwicklung von Themenkisten“ verantwortlich und leiten diese an.

Die Materialien müssen unter Berücksichtigung der eigenen Situation der Schule, der Zielsetzung und der Schwerpunktsetzung aufbereitet werden. Es gibt dennoch grundsätzliche Überlegungen. Der folgende Fragenkatalog soll Anregungen für die gemeinsame Planung und Gestaltung einer Themenkiste geben:

- Zu welchem Inhalt wollen wir eine Themenkiste entwickeln?
- Warum wählen wir dieses Thema?
- Welchen Anforderungen aus dem Rahmenlehrplan wollen wir mit der Themenkiste entsprechen?
- In welchen Klassenstufen soll die Themenkiste eingesetzt werden?
- Welche Lernumgebungen wollen wir zu dem Thema entwickeln?
- Welche Materialien zu den ausgewählten Lernumgebungen werden benötigt?
- Welche davon sind in der Schule vorhanden bzw. müssen demnächst bestellt werden?
- Wo soll die Themenkiste gelagert werden?
- Wie wird die Ausleihe geregelt?
- Wer ist für die „Pflege“ der Themenkiste verantwortlich?

Hier einige Tipps aus den Erfahrungsberichten einiger SINUS-Schulgruppen aus dem Schuljahr 2011/2012:

- Mit einer einzigen Themenkiste beginnen, um sich nicht zu übernehmen
- Keinen Zeitdruck aufbauen, sondern einen realistischen zeitlichen Rahmen setzen
- Gruppentreffen in kurzen Zeitabständen planen, um sich über den Stand der Dinge auszutauschen und regelmäßig im Dialog zu stehen
- Erarbeitungsschritte in gemeinsamen Treffen vorstellen, Probleme ansprechen, offenlegen und versuchen, sie im Team zu lösen
- Lernumgebungen in der Gruppe ausprobieren

2.3 Inhalt und Struktur unserer Themenkisten

In der Praxis hat es sich bewährt, dass Themenkisten folgende Bestandteile haben:

- Handreichung (für Lehrkräfte),
- Lernumgebungen (Aufgabe oder ein Aufgabencluster) und
- Arbeitsmaterialien (für die Schülerinnen und Schüler).

Handreichung

Die Handreichung versteht sich als eine Arbeitshilfe. Die Lehrkraft kann sich einen Überblick über das Thema verschaffen, fachfremd unterrichtende Kolleginnen und Kollegen können sich schnell orientieren und sind über das Wesentliche fachlich korrekt informiert. Erfahrungen haben gezeigt, dass es hilfreich ist, sie in Form eines Schemas bzw. einer Tabelle zu gestalten, z. B.:

→ ausführliche Erläuterungen dazu S.22 ff.

Kapitel	Erläuterungen
1 Worum es geht	Dieses Kapitel gibt eine kurze Einführung in die Thematik und enthält Anregungen, wie das Thema umgesetzt werden kann.
2 Bezug zum Rahmenlehrplan Themenfelder Klassenstufe Allg. math. Kompetenzen	<ul style="list-style-type: none"> – Hier sind die Themenfelder des Rahmenlehrplans aufgeführt, die für das Thema relevant sind. Unter der Rubrik „Bemerkungen“ können didaktische Hinweise eingefügt und Empfehlungen zur Unterrichtsgestaltung gegeben werden. Es können beispielsweise Möglichkeiten zur Sprachförderung in Form von Tippkarten oder Wortspeichern erläutert oder auf Differenzierungsangebote im Sinne eines inklusiven Unterrichts verwiesen werden. – Die Lehrperson soll auf einen Blick sehen können, für welche Klassenstufen der Einsatz der Themenkiste vorgesehen ist und welche Kompetenzen angesprochen werden. – Eine detaillierte Übersicht schlüsselt auf, welche allgemeinen mathematischen Kompetenzen (Problemlösen, Kommunizieren, Argumentieren, Modellieren, Darstellen) im Einzelnen gefördert werden. Erfahrungen aus der Praxis zeigen, dass der Umgang mit den allgemeinen mathematischen Kompetenzen noch nicht selbstverständlich ist.
3 Grundsätzliche didaktische und methodische Überlegungen	In diesem Kapitel finden Kolleginnen und Kollegen die wesentlichen Kriterien, die gutes Unterrichten mit Lernumgebungen ausmachen.
4 Lernumgebungen dieser Themenkiste	An dieser Stelle findet man eine Liste der vorhandenen Lernumgebungen und kann sich einen Überblick verschaffen.
5 Materialliste / Bezugsquellen für Material	Der Einsatz einer Themenkiste ist nur dann optimal, wenn sie jederzeit vollständig ist, d.h. alle Aufgaben und die jeweiligen Materialien vorhanden sind. Diese Liste liefert einen Überblick und listet auch die entsprechenden Bezugsquellen auf, um bei Verlust ohne großen Zeitaufwand Materialien nachbestellen zu können.
6 Evaluation – zum Material – zur Differenzierung – zur Methode	Ein Austausch über den Einsatz der Themenkiste dient der Qualitätsverbesserung des Unterrichts. Dazu wird folgendes schriftlich dokumentiert: <ul style="list-style-type: none"> – In welcher Klasse wurde die Themenkiste eingesetzt? – Welche Erfahrungen wurden gemacht? – Welche Anregungen können weitergegeben werden?
7 Ergänzende Literatur	Hinweise auf weitere Informationen.

Lernumgebung

Auch beim Einsatz der Lernumgebung geht es darum, eine Arbeitsentlastung für die Lehrkraft zu schaffen:

Eine gute Aufgabe ist ausgewählt und liegt als Kopiervorlage vor. Wissenswertes zur Aufgabe ist in Kurzform dargestellt.

Eine optimale Lernumgebung beinhaltet:

Wissenswertes über die Aufgabe	
1 Einordnung innerhalb des Themenbereichs	Bezug zum Rahmenlehrplan
2 Didaktisch-methodische Hinweise	Anregungen zur Unterrichtsgestaltung und Hinweise auf Differenzierungsmöglichkeiten
3 Allgemeine mathematische Kompetenzen	In einer Tabelle angekreuzt, ist sofort sichtbar, welche allgemeinen mathematische Kompetenzen durch diese Lernumgebung gefördert werden.
4 Material	Übersicht darüber, welche Materialien in welchem Umfang benötigt werden, und gegebenenfalls die entsprechende Bezugsquelle. So kann die Lernumgebung auch schnell auf Vollständigkeit kontrolliert werden.
5 Erprobt in Klasse ... / von...	Reflexion – Erfahrungen, weitere Anregungen und Hinweise werden nach Einsatz der Lernumgebung von Lehrkraft zu Lehrkraft notiert.
Aufgabenstellung	
Kopiervorlage	Es hat sich als praktisch erwiesen, die einzelnen Lernumgebungen mit einem Kürzel zu versehen, zur Orientierung und um Ordnung zu halten. Dieses Kürzel muss auf jeder Kopiervorlage stehen.

Anschaungs- und Lernmaterialien

Bevor eine Bestellung getätigt wird, lohnt es sich, erst einmal in der Schule festzustellen, welche Materialien bereits vorhanden und brauchbar sind. Kriterien wie Handhabbarkeit, Haltbarkeit, Kosten sollten beachtet werden. Bei der Auswahl wird genau geprüft, ob die Materialien geeignet sind, die Selbstständigkeit zu fördern, entdeckendes Lernen zu unterstützen und ob sie die unterschiedlichen Lern- und Leistungsmöglichkeiten berücksichtigen.

2.4 Einsatz, Aufbewahrung und Verwaltung der Themenkisten

Einsatz

→ Themenkisten werden in Parallelklassen eingesetzt

Die Fachkonferenz einigt sich darauf, z. B. das Thema Kombinatorik in einer bestimmten Jahrgangsstufe zu behandeln. Jede Klasse leiht sich die vorgesehene Themenkiste für eine gewisse Zeit aus. Nach Einsatz in allen Klassen findet in der Fachkonferenz ein Erfahrungsaustausch darüber statt. Unterschiedliche Erfahrungen werden gemacht: Hat der Einsatz zum gewünschten Ziel geführt? Kann sie noch optimiert werden? Ggf. wird die Themenkiste ergänzt.

→ Themenkisten durchlaufen alle Jahrgangsstufen

Themenkisten insb. aus dem großen Sachgebiet Geometrie bieten sich zum Einsatz in allen Klassenstufen an und sind ein Beitrag zu einer einheitlichen Vorgehensweise im Mathematikunterricht der ganzen Schule. Beispielsweise kann eine Themenkiste zum Thema Würfelbauten so zusammengestellt sein, dass sie in allen Klassenstufen einsetzbar ist und gleichzeitig große Differenzierungsmöglichkeiten im Sinne der Inklusion anbietet. Steht z. B. im Anfangsunterricht das freie Bauen im Mittelpunkt, werden im Laufe der Schuljahre die unterschiedlichen Aspekte des Würfels, des Bauens und Rechnens mit Würfeln aufgegriffen und weiterentwickelt.

→ Themenkisten in der Schulanfangsphase

Bereits in der Schulanfangsphase sollen die Kinder mit produktiven Übungsformen vertraut gemacht werden. Eine Themenkiste, zusammengestellt aus Materialien zu Themen wie „schöne Päckchen“, „Zahlenmauern“, „Rechendreiecke“, „Zauberquadrate“ oder „Zauberdreiecke“ führt zu einer Vereinheitlichung und liefert der Lehrkraft, die später die Klasse weiterführt, eine gute Basis, weil sie auf bekannten Übungsformaten aufbauen kann.

→ Themenkisten bereichern Projekttag

Immer häufiger entscheiden sich Schulen, einmal im Jahr einen Projekttag Mathematik durchzuführen. Vorbereitete Themenkisten stellen eine Arbeitsentlastung bei der Vorbereitung und der Durchführung des Projekttag dar. Verfügt die Schule über verschiedene Themenkisten, können ohne großen Aufwand verschiedene Angebote gemacht werden: Stationen zum Thema „Geld“, Angebote zum Thema „Messen und Zeichnen im Schulgebäude“, „Musterlegen und Entdeckungen machen“, um nur einige Beispiele zu nennen.

→ Themenkisten können auch bei Schulfesten zum Einsatz kommen

Für die Kinder wird Mathematik neu und anders erfahrbar gemacht und es wird mehr Freude an der Mathematik vermittelt.

→ Themenkisten beim Elternabend

Die Vorstellung einer Themenkiste am Elternabend bietet eine gute Gelegenheit, mit den Eltern darüber ins Gespräch zu kommen, was einen zeitgemäßen Mathematikunterricht ausmacht und wie wichtig Mathematik ist. Sie vermittelt ihnen das Bild, dass „Mathematik eben mehr als Rechnen“ ist.

→ Themenkisten im Vertretungsunterricht

Erfahrungen aus der Praxis bestätigen, dass bei Vertretungsunterricht gerne auf Themenkisten zurückgegriffen wird, um einen qualifizierten Vertretungsunterricht zu gewährleisten.

Aufbewahrung und Verwaltung der Themenkisten

Die Organisation rund um die Themenkiste erfordert von der Fachkonferenz ein hohes Maß an Kooperation. Es muss mit all denjenigen ein Konsens hergestellt werden, die mit der Themenkiste arbeiten. Dabei sind Austausch und Vertrauen wichtig, gemeinsame Absprachen müssen getroffen und eingehalten werden.

Für die Aufbewahrung und Verwaltung sind verschiedene Möglichkeiten denkbar:

- **Die Themenkisten sind an einem festen Ort stationiert** (z. B. im Lehrerzimmer oder Medienraum). Die Ausleihe wird schriftlich (in einem Ausleihheft oder Karteikasten) festgehalten. Wer die Themenkiste zuletzt genutzt hat, ist für die Vollständigkeit verantwortlich.
- **Die Themenkisten sind dezentral bei jeweils einer Lehrkraft untergebracht.** Diese ist die direkte Ansprechpartnerin für die Ausleihe. Eine solche Form von Ausleihe hat mehrere Vorteile, wie die Praxis zeigt: Ist eine Person mit der Ausleihe und „Pflege“ einer Themenkiste betraut, so stellt das kaum Mehrarbeit dar. Sie hat den Überblick und weiß, wer die Themenkiste ausgeliehen hat und was sich in der Kiste befindet bzw. was eventuell ersetzt oder ergänzt werden muss.
- **Die Fachkonferenz benennt einen Verantwortlichen, der die „Wartung“ der Themenkisten übernimmt** und dafür möglicherweise eine schulische Entlastung erhält.

2.5 Handreichung am Beispiel der Themenkiste Kombinatorik

Anhand der Themenkiste Kombinatorik wird exemplarisch dargestellt, wie eine Handreichung konkret aussehen kann. Außerdem werden einige Beispiele von Lernumgebungen vorgestellt, die ein Ergebnis der SINUS-Arbeit in den Schulen aus dem Schuljahr 2011/2012 sind. Sie wurden von Kolleginnen und Kollegen gemeinsam entwickelt, in ihren Klassen erprobt und spiegeln jeweils nur eine von vielen Möglichkeiten. Sie dienen vielmehr als Anregung, sie im Unterricht selbst einzusetzen und weiterzuentwickeln oder als Idee, eigene Lernumgebungen im Team zu entwickeln.

Die entsprechenden Kopiervorlagen bzw. Blankovorlagen sind auf der iMINT-Plattform unter <http://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/11121.html> eingestellt.

1 Worum geht es?

Kombinatorik ist die Lehre der verschiedenen Möglichkeiten, Dinge anzuordnen. Zur Systematisierung der meisten Fälle hat es sich bewährt, modellhaft Urnen zu betrachten, aus denen nach einer bestimmten Vorschrift Kugeln gezogen werden (Urnenmodell). Dabei unterscheidet man verschiedene Bedingungen:

- ob die Reihenfolge, wie gezogen wird, entscheidend ist oder nicht,
- ob die gezogene Kugel nach dem Ziehen wieder in die Urne zurückgelegt wird oder nicht.

Die **Zahl der Kugeln** wird in der Regel mit **n**, die **Zahl der Ziehungen** mit **k** bezeichnet.

Man unterscheidet folgende kombinatorische Standardfälle:

Fall 1a: Geordnete Ziehung aller Kugeln mit Beachtung der Reihenfolge: Permutation

Beispiel

Auf wie viele Weisen kann man n Elemente auf n nummerierte Plätze setzen?
„Der Code eines Zahlenschlosses enthält die Ziffern 1, 3 und 5. Die Reihenfolge hat der Besitzer vergessen. Wie viele Möglichkeiten der Kombination gibt es?“

Übersetzung ins Urnenmodell

In einer Urne liegen drei Kugeln mit den Zahlen 1, 3 und 5.
Ziehe nacheinander die Kugeln und merke die Reihenfolge.

Lösung: Bei der Ziehung der 1. Kugel gibt es n Möglichkeiten, bei der Ziehung der 2. Kugel $n-1$ Möglichkeiten usw. absteigend.
Es gibt $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1 = n!$ Möglichkeiten („ n -Fakultät“).
Es gibt also insgesamt $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ Möglichkeiten

Fall 1b: Ein Sonderfall der Permutation ist die Verwendung mehrerer gleichartiger Elemente.

Beispiel

Auf wie viele Weisen kann man n Elemente, von denen einige untereinander gleich sind, auf n nummerierte Plätze setzen?
„Paula hat drei blaue, zwei grüne und ein rotes Fähnchen zur Verfügung. Sie will damit den Balkon schmücken. Wie viele Möglichkeiten der Kombination gibt es?“

Übersetzung ins Urnenmodell

In einer Urne liegen 6 Kugeln mit den Farben Blau, Blau, Blau, Grün, Grün, Rot.
Ziehe nacheinander die Kugeln und merke die Reihenfolge.

Lösung: Es gibt ursprünglich $6!$ Möglichkeiten (s. Fall 1a). Wegen der Gleichfarbigkeit einiger Kugeln stimmen jedoch etliche davon überein und dürfen nur einmal gezählt werden. Zur Findung der Formel argumentiert man so: Für jede der $6!$ Anordnungen gibt es eine, die bzgl. der beiden grünen Kugeln ununterscheidbar ist, also halbiert sich die Gesamtzahl. Bzgl. der drei blauen Kugeln gibt es für jede Anordnung 6 Möglichkeiten, die ununterscheidbar sind (3er-Permutation der blauen Kugeln: $3! = 6$). Auch diese werden „herausgekürzt“: Es gibt also insgesamt

$$\frac{6!}{3! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 60 \text{ Möglichkeiten}$$

Fall 2a: Es werden nicht alle Kugeln gezogen, mit Beachtung der Reihenfolge.

Beispiel

Auf wie viele Weisen kann man eine Auswahl aus n Elementen auf k nummerierte Plätze setzen?
„Bilde dreistellige Zahlen aus den Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 und 8. Jede Ziffer darf nur einmal benutzt werden. Wie viele Möglichkeiten der Kombination gibt es?“

Übersetzung ins Urnenmodell

In einer Urne liegen n verschiedene, z.B. mit den Zahlen 1 bis 8 gekennzeichnete Kugeln. Ziehe k davon ($k < n$), geordnet ohne Zurücklegen.

Lösung: $n = 8$; $k = 3$
Man hat 8 Möglichkeiten für die Hunderter-, 7 für die Zehner- und 6 für die Einerstelle, also $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$ Möglichkeiten, allgemein $n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$

Fall 2b: Es werden die Kugeln gezogen und zurückgelegt, mit Beachtung der Reihenfolge.

Beispiel

Auf wie viele Weisen kann man n Elemente (Wiederholung erlaubt) auf k nummerierte Plätze setzen?

„Wie viele verschiedene fünfstellige Zahlen lassen sich aus den Ziffern 2, 4, 6 und 8 bilden, wobei Ziffern wiederholt vorkommen können? Wie viele Möglichkeiten der Kombination gibt es?“

Übersetzung ins Urnenmodell

In einer Urne liegen n verschiedene, z. B. mit den Zahlen 2, 4, 6 und 8 gekennzeichnete Kugeln.

Ziehe k -mal davon, geordnet mit Zurücklegen.

Lösung: $n = 4$; $k = 5$

Man hat bei der ersten Ziehung 4 Möglichkeiten. Da man die Kugel zurücklegt, gilt das für alle 5 Ziehungen gleichermaßen.

Es gibt also $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^5 = 1024$ Möglichkeiten, allgemein n^k .

Fall 3a: Es werden nicht alle Kugeln gezogen, ohne Zurücklegen, die Reihenfolge wird nicht beachtet.

Beispiel Auf wie viele Weisen kann man aus n Elementen k Elemente auswählen, wenn die Reihenfolge nicht beachtet wird?

„Eine fünfköpfige (n) Familie hat zwei (k) Kinokarten gewonnen. Wie viele Möglichkeiten der Kombination beim Kinobesuch gibt es?“

Übersetzung ins Urnenmodell

Die Kugeln sind markiert mit „Vater“, „Mutter“, „Tochter“, „Sohn“ und „Oma“.

Die Plätze sind von 1 bis 5 nummeriert, die ersten beiden sind die Gewinnerplätze.

Lösung: $n = 5$; $k = 2$

Zur Lösung des Problems gehen wir von Fall 1a aus: Alle Kugeln werden nacheinander gezogen und auf die Plätze 1 bis 5 gesetzt. Dies ergibt $n!$ Möglichkeiten.

In unserem Fall ist es jedoch unerheblich, ob man als Erster oder als Zweiter auf einen Gewinnerplatz gesetzt wird. („Die Reihenfolge wird nicht beachtet.“) Deshalb werden alle Kombinationen der Siegerplätze untereinander wie eine einzige Möglichkeit gezählt; mathematisch bedeutet dies Division durch $k!$. Mit den Verliererplätzen verhält es sich ebenso: Alle Kombinationen dieser Plätze untereinander werden wie eine einzige Möglichkeit gezählt, dies führt zur Division durch $(n-k)!$.

Insgesamt erhält man also $\frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$ Möglichkeiten.

Dieser Rechenausdruck hat eine so große Bedeutung, dass er einen eigenen Namen und ein eigenes Symbol bekommen hat: Binomialkoeffizient $\binom{n}{k}$, gelesen: „ n über k “.

Fall 3b: Es wird ohne Beachtung der Reihenfolge mit Zurücklegen gezogen.

Beispiel

Auf wie viele Weisen kann man aus n Elementen k Elemente auswählen, wenn die Reihenfolge nicht beachtet und das gewählte Element jeweils zurückgelegt wird?
„Ein Kind darf aus einer Tüte voll Gummibärchen, die in 4 Farben vorliegen, 3 auswählen. Wie viele Möglichkeiten der Kombination gibt es?“

Übersetzung ins Urnenmodell

In einer Urne liegen n verschiedene Kugeln, ziehe k mal ungeordnet mit Zurücklegen. Dem Zurücklegen entspricht in diesem Beispiel die große, nicht ausgeschöpfte Menge von Gummibärchen jeder einzelnen Farbe.

Lösung: $n = 4$, $k = 3$. Man muss drei Arten von Auswahlen unterscheiden.

Anzahl der einfarbigen Auswahlen: 4 (wähle eine Farbe aus 4 aus)

Anzahl der zweifarbigen Auswahlen: entspricht Fall 3a mit 2 aus 4 Farben, aber noch multipliziert mit 2, weil Farbe 1 2mal und Farbe 2 1mal in der Auswahl vertreten sein kann oder umgekehrt.

Anzahl der dreifarbigen Auswahlen: ebenfalls 4 (lasse eine der vier Farben weg)

$$\binom{4}{1} + 2 \cdot \binom{4}{2} + \binom{4}{3} = 4 + 2 \cdot 6 + 4 = 20 \text{ Möglichkeiten insgesamt.}$$

Die Herleitung der allgemeinen Lösung $\binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)! k!}$ erfolgt über die Rechenregeln für Binomialkoeffizienten oder über das Pascalsche Dreieck (was dasselbe ist).

$$\text{Für das Beispiel ergibt sich ebenso } \binom{n+k-1}{k} = \binom{4+3-1}{3} = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3! 3!} = 20.$$

Fall 4: Es wird aus mehreren Mengen je 1 Element gezogen unter Nichtbeachtung der Reihenfolge.

Viele der bisher dargestellten Fälle können auch mittels eines Baumdiagramms gelöst werden. Bei diesem Fall hier ist eine Darstellung mit dem Urnenmodell nicht möglich, es bietet sich nur das Baumdiagramm an.

Beispiel

Auf wie viele Weisen kann man je ein Element aus den Mengen l , m und n miteinander kombinieren?
„Stelle dir aus der Speisekarte ein Menü zusammen. Es gibt 3 Vorspeisen, 4 Hauptspeisen und 2 Nachspeisen zur Auswahl.“

Übersetzung ins Urnenmodell

Man erstellt ein Baumdiagramm der Möglichkeiten.

Lösung: Die Anzahl der Möglichkeiten ist das Produkt aus den Mengen l , m und n .

Überblick über die Standard-Fälle aus der Perspektive des Urnenmodells:

- 1 a und b:** geordnete Ziehung aller Kugeln (Permutation, Sonderfall von 2a: $k = n$)
- 2 a:** geordnete Ziehung ohne Zurücklegen ($k \leq n$)
- 2 b:** geordnete Ziehung mit Zurücklegen (k beliebig)
- 3 a:** ungeordnete Ziehung ohne Zurücklegen ($k < n$)
- 3 b:** ungeordnete Ziehung mit Zurücklegen (k beliebig)
- 4:** Ziehung je eines Elements aus mehreren Mengen: Nicht im Urnenmodell darstellbar.

2 Bezug zum Rahmenlehrplan und zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen

Rahmenlehrplan/Themenfeld	Bemerkungen
Form und Veränderung	
Zahlen und Operationen	
Größen und Messen	
Daten und Zufall	X Der Rahmenlehrplan sieht für die Jahrgangsstufe 1/2 „einfache kombinatorische Probleme lösen“, für 3/4 „kombinatorische Überlegungen nutzen, um die Wahrscheinlichkeit von Ergebnissen einzuschätzen“ vor. In der Jahrgangsstufe 5/6 taucht der Begriff „Kombinatorik“ nicht mehr auf. Zum Ende der Grundschulzeit geht es um eine fortschreitende Systematisierung und Schematisierung des Lösungsweges und um den Übergang zur Wahrscheinlichkeitsrechnung, der durch die Bruchrechnung möglich ist.

Klassenstufen	Klasse 1	Klasse 2	Klasse 3	Klasse 4	Klasse 5	Klasse 6
	X	X	X	X	X	X
Bemerkungen	Im Unterricht der Grundschule stehen das Verständnis für die Modellierung sowie die Lösungsschritte im Vordergrund. Da die Schülerinnen und Schüler noch keine Standardverfahren zur Verfügung haben, müssen sie mit Hilfe anschaulicher Darstellung oder materialgestützt-probierend Lösungsmöglichkeiten finden. Dabei sind sie gefordert, Ideen zu entwickeln, zugrunde liegende Muster zu erkennen, zu strukturieren und ihre Überlegungen zeichnerisch und sprachlich darzustellen. Schon für Klassenstufe 1 eignen sich kombinatorische Aufgaben, da sie sich gut handlungsorientiert lösen lassen. Sie eignen sich für alle Klassenstufen, um in Form kurzer Unterrichtssequenzen immer mal wieder (auch z. B. in Vertretungsstunden) aufgegriffen zu werden.					

Allgemeine mathematische Kompetenzen

1 Problemlösen	1.1 Mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden. 1.2 Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren). 1.3 Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen.
2 Kommunizieren	2.1 Eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren. 2.2 Mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden. 2.3 Aufgaben gemeinsam bearbeiten, dabei Verabredungen treffen und einhalten.
3 Argumentieren	3.1 Mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen. 3.2 Mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln. 3.3 Begründungen suchen und nachvollziehen.
4 Modellieren	4.1 Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen. 4.2 Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen. 4.3 Zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben formulieren.
5 Darstellen	5.1 Für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen entwickeln, auswählen und nutzen. 5.2 Eine Darstellung in eine andere übertragen. 5.3 Darstellungen miteinander vergleichen und bewerten.

3 Grundsätzliche didaktische und methodische Überlegungen für den Einsatz einer Lernumgebung

Struktur von Lernumgebungen

Unter Lernumgebungen verstehen wir eine Arbeitssituation, bei der alle Kinder dieselbe Aufgabe bearbeiten, die aus mehreren Teilaufgaben besteht. Die Aufgabenstellung berücksichtigt die Heterogenität der Schülerinnen und Schüler und bietet nach einer niedrigen Eingangsschwelle vertiefende Teilaufgaben auf unterschiedlichem Verständnis- und Abstraktionsniveau. Damit bietet sie allen Lernenden einen individuellen Lernzuwachs und begünstigt das aktiv-entdeckende Lernen.

Differenzierung

Entsprechend dem Prinzip der natürlichen Differenzierung (vgl. Wittmann 1994) ist die Aufgabenstellung so gewählt, dass sie von Kindern mit unterschiedlichen Voraussetzungen auf verschiedenem Lernniveau bearbeitet werden kann.

Instruktionsverbot

Eine Einführung muss sicherstellen, dass jedes Kind die Problemstellung verstanden und einen Zugang zur Aufgabe gefunden hat. Ein Beispiel für einen möglichen Lösungsweg wird nicht gegeben, denn die Vorgabe eines Beispiels würde verhindern, dass die Kinder ihren persönlichen Rechenweg suchen.

Eigenaktivität

Der individuelle Lösungsweg der Schülerinnen und Schüler steht im Mittelpunkt. Sie entscheiden selbst über den Einsatz von Arbeitsmitteln und die Art der Dokumentation. So können Lösungswege in einem Rechenbild oder in beschreibenden Formulierungen festhalten werden. Dabei gelingt es einigen auch, zu begründen bzw. Erklärungen für ihren Denk- und Lösungsweg zu finden.

Präsentation

Der gemeinsame Austausch über die unterschiedlichen Bearbeitungswege einer Aufgabe, mit der sich alle Kinder beschäftigt haben, begünstigt das Lernen voneinander. Ein Vorstellen der Arbeitsergebnisse (vor der Klasse, als Museumsgang, als Partnerarbeit, in der Mathekonferenz etc.) ist wichtig, damit die Lernenden ihre unterschiedlichen Denkwege reflektieren können. In der Reflexion vertieft sich das mathematische Verständnis. Hier ist das Argumentieren gefragt: Was unterscheidet meinen Weg von dem der anderen Kinder? Worin liegt seine Stärke/Schwäche?

Anerkennungskultur

Die Rolle der Lehrkraft verändert sich, das Vormachen und Nachahmen von Verfahren tritt in den Hintergrund. Die unterschiedlichen Denkwege der Kinder, ihre Darstellung und Reflexion treten ins Zentrum. Fehler werden zum Ausgangspunkt, um Lösungswege genauer zu betrachten. Statt viele Aufgaben abzuarbeiten, werden bewusst nur wenige angeboten. Ziel ist es, dass alle Kinder Einsicht in mathematische Strukturen gewinnen können, dabei wird das individuelle Arbeits- und Lerntempo respektiert. Die Lehrkraft wird zum Berater und Organisator. Sie muss zulassen, dass am Ende nicht alle Kinder die Aufgabenstellung im gleichen Umfang bewältigt haben.

4 Lernumgebungen aus dieser Themenkiste

Geordnete Ziehung aller Kugeln: Permutation	Kombi–1: Koffer-Zahenschloss (1; 2) Kombi–2: Ziffernkarten (1) Kombi–4: Türme bauen (2) Kombi–5: Staffellauf (1)	Die Zahlen in den Klammern beziehen sich auf die Aufgaben auf dem Aufgabenblatt zur jeweiligen Lernumgebung.
Permutation Sonderfall: Mehrere Elemente sind identisch	Kombi–3: Strummitiere (1)	
	Ohne Zurücklegen	Mit Zurücklegen
Geordnete Ziehung	Kombi–2: Ziffernkarten (3)	Kombi–2: Ziffernkarten (2) Kombi–3: Strummitiere (2) Kombi–4: Türme bauen (1)
Ungeordnete Ziehung	Kombi–6: Shake hands! (1; 2) Kombi–7: Eisbecher (1)	Kombi–7: Eisbecher (2)
Ziehung je eines Elements aus mehreren Mengen	Kombi–5: Staffellauf (2) Kombi–8: Fußballtunier (1; 2; 3), (4 in veränderter Form)	

5 Materialliste/Bezugsquellen für Material

Eine Übersicht soll den Verantwortlichen dabei unterstützen, sich schnell einen Überblick zu verschaffen, ob alle Materialien in der Themenkiste vorhanden sind, sodass sie jederzeit einsatzbereit ist.

Lernumgebung	Beigelegte Materialien	Weitere Materialien	Bezugsquelle
Kombi–1: Koffer-Zahenschloss	Aufgabenblatt	Zahenschlösser, Ziffernkarten	www.globetrotter.de www.jako-o.de
Kombi–2: Ziffernkarten	Aufgabenblatt	Ziffernkarten	Schulbuchverlage
Kombi–3: Strummitiere	Aufgabenblatt	Legosteine weiß und schwarz	www.brick-shop.de
Kombi–4: Türme bauen	Aufgabenblatt	Steckwürfel in verschiedenen Farben	Betzold, Schubi, Wiemann
Kombi–5: Staffellauf	Aufgabenblatt	Papier, Stifte	
Kombi–6: Shake hands!	Aufgabenblatt	Papier, Stifte	
Kombi–7: Eisbecher	Aufgabenblatt	Styroporkugeln in 4 Farben, durchsichtige Behälter, Kopiervorlagen (leer, 2 Kugeln, 3 Kugeln)	Bastelgeschäft, leere Eisbehälter
Kombi–8: Fußballtunier	Aufgabenblatt	Legematerial	

6 Evaluation

Ein Reflexionsbogen, der nach dem Einsatz der Themenkiste stichpunktartig ausgefüllt werden kann, soll als Grundlage für den Erfahrungsaustausch innerhalb der Lehrerschaft dienen.

7 Infomaterial / Ergänzende Literatur

Titel/Autor	Beschreibung	Wo zu finden?
Grundschule Mathematik, Heft 27/2010 + Materialpaket/CD, Friedrich Verlag	Umfassender Überblick über das Thema mit vielen Praxisbeispielen	liegen dieser Themenkiste bei
Beobachtungsbogen Kombinatorik (f. Lehrer)		Grundschule Mathematik, Heft 27, CD
Selbsteinschätzungsbogen Kombinatorik (f. Schüler)		Grundschule Mathematik, Heft 27, CD
CD-ROM mit diesen Handreichungen		liegt dieser Themenkiste bei

2.6 Lernumgebungen aus der Themenkiste Kombinatorik

Auf den folgenden Doppelseiten finden Sie eine Auswahl von Lernumgebungen, die in Settreffen erarbeitet wurden. Auf der linken Seite finden Sie Hinweise zur Aufgabe, das Aufgabenblatt für die Hand der Schülerinnen und Schüler steht auf der rechten Seite.

Lernumgebung: „Koffer-Zahlenschloss“ (Kombi-1)

Hinweise für die Lehrkraft

Einordnung innerhalb des Themenbereichs

n: Anzahl der Ziffern

Typ: Permutation (Aufg. 1; 2)

$n = 3$ Es gibt $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ Möglichkeiten

$n = 4$ Es gibt $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ Möglichkeiten

Klassenstufe: 2.–4.

Ziele: einfache kombinatorische Aufgaben gemeinsam lösen, systematische Vorgehensweise verstehen

Didaktisch-methodische Hinweise

Praktische Hinweise zur Durchführung:

- Begriff Zahlenschloss anhand von Beispielen erörtern; Begriff Zahlencode/Zahlenkombination klären
- Im Unterrichtsgespräch werden anhand von Ziffernkarten dreistellige Zahlenkombinationen gefunden. An der Tafel werden die verschiedenen Möglichkeiten notiert.
- Der Text der Aufgabe wird gemeinsam gelesen. Vorbereitete Zahlenschlösser oder Ziffernkarten werden den Kindern ausgehändigt.
- Die Aufgaben werden von den Kindern selbstständig bearbeitet.
- In Partnerarbeit die Codes abgleichen: „Gibt es Doppelte?“, „Fehlen noch Codes?“
- Ausprobieren der Codes am realen Zahlenschloss
- Präsentation der Lösungswege

Wie kann es weitergehen?

Aufgabe (1) eignet sich für die Einführung des Baumdiagramms ab Klasse 3.

Allgemeine mathematische Kompetenzen

Problemlösen	Kommunizieren	Argumentieren	Modellieren	Darstellen
1.1; 1.2	2.1	3.3	4.1	

Material/Bezugsquelle

Anzahl	Name des Materials	Bezugsquelle
pro Kind	Kofferschlösser	Baumarkt, Globetrotter, Versand Jako-o
pro Kind	ein Set Ziffernkarten	
pro Kind	Ziffernkarten	
	Magnetziffernkarten für die Tafel	
pro Kind	Aufgabenblatt (Kombi-1)	

Erprobt in ... / von ...

Name	Klasse	Datum	Erfahrungen/Anregungen/Hinweise

Koffer-Zahlenschloss



Frau Winterfeld hat den Zahlen-Code ihres neuen Zahlenschlosses vergessen. Jetzt kann sie ihren Koffer nicht mehr öffnen. Zum Glück weiß sie noch die einzelnen Ziffern und dass jede Ziffer nur einmal vorkam. Aber leider hat sie die richtige Reihenfolge vergessen. Die Ziffern lauten: 2, 8, 9

- 1 Versuche die Ziffernfolge durch Probieren mit dem Zahlenschloss herauszufinden.
 - Welche unterschiedlichen Kombinationen gibt es?
 - Schreibe auf, wie du vorgegangen bist.
 - Ordne alle möglichen Kombinationen der Ziffern.
 - Wie hast du geordnet?
 - Woher weißt du, dass du alle gefunden hast?

- 2 Für ihr Fahrrad hat Frau Winterfeld ein Zahlenschloss mit den vier Ziffern 1, 3, 5, 7.
 - Welche unterschiedlichen Kombinationen findest du?
 - Schreibe sie auf und ordne sie übersichtlich.
 - Woher weißt du, dass du alle gefunden hast?

- 3 Schreibe eine eigene Rechengeschichte, finde alle Möglichkeiten von Zahlenkombinationen und schreibe sie auf.
 - Stelle deinem Nachbarn die Geschichte vor.
 - Sprecht über eure Ergebnisse und eure Lösungswege.

Lernumgebung: „Ziffernkarten“ (Kombi-2)

Hinweise für die Lehrkraft

Einordnung innerhalb des Themenbereichs

n: Anzahl der Ziffernkarten

k: Anzahl der Stellen der Zahlen

Typ: Permutation (Aufg. 1)

$n = 3$ Es gibt $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ Möglichkeiten

Typ: Geordnete Ziehung mit Zurücklegen (Aufg. 2)

$n = 3; k = 3$ Es gibt $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ Möglichkeiten

Typ: Geordnete Ziehung ohne Zurücklegen (Aufg. 3)

$n = 4; k = 3$ Es gibt $\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$ Möglichkeiten

Klassenstufe: 3. – 6.

Ziele: kombinatorische Aufgaben gemeinsam lösen, systematische Vorgehensweise verstehen

Didaktisch-methodische Hinweise

Praktische Hinweise zur Durchführung:

- Vorstellen der Aufgabe
- Die Aufgabenstellung mit Ziffernkarten verdeutlichen
- In Einzelarbeit mögliche Kombinationen notieren lassen
- In Partner- oder Gruppenarbeit die gefundenen Varianten abgleichen: „Gibt es Doppelte?“
- „Fehlen noch Kombinationen?“
- Kombinationen übersichtlich notieren
- Präsentation der gefundenen Lösungen

Allgemeine mathematische Kompetenzen

Problemlösen	Kommunizieren	Argumentieren	Modellieren	Darstellen
1.2	2.3	3.3		

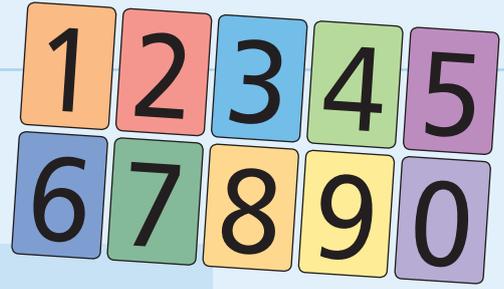
Material/Bezugsquelle

Anzahl	Name des Materials	Bezugsquelle
pro Schüler/in	Satz Ziffernkarten	z. B. Klett Verlag
pro Schüler/in	Aufgabenblatt „Kombi-2“	
Ergänzendes Material		
pro Schüler/in	Arbeitsblatt „Knobeleyen mit Ziffernkarten“	Grundschule Mathematik, Heft Nr. 27/ 2010, Friedrich Verlag, Differenzierungsmaterial und Lösungen
pro Schüler/in	Arbeitsblatt „Vier, fünf, sechs Ziffernkarten“	
pro Schüler/in	Arbeitsblatt „Vier, fünf, sechs Ziffernkarten – Vertiefung“	
pro Schüler/in	Arbeitsblatt „Mehr Ziffern als Stellen“	
pro Schüler/in	Arbeitsblatt „Ziffern mehrfach verwenden“	
pro Schüler/in	Arbeitsblatt „Ziffern mehrfach verwenden – Vertiefung“	
pro Schüler/in	Arbeitsblatt „Welche Aussage stimmt?“	

Erprobt in ... / von ...

Name	Klasse	Datum	Erfahrungen/Anregungen/Hinweise

Ziffernkarten



Mit Ziffernkarten kann man viele verschiedene Zahlen bilden.

- 1** Bilde mit den Ziffernkarten 2, 5, 8 möglichst viele verschiedene dreistellige Zahlen. Jede Ziffer darf nur einmal benutzt werden.
 - Schreibe auf, welche Zahlen es sein könnten.
 - Woher weißt du, dass du alle Zahlen gefunden hast? Begründe.
 - Ordne sie übersichtlich.
 - Suche dir drei andere Ziffernkarten und bilde wieder möglichst viele dreistellige Zahlen. Auch jetzt darf jede Ziffer nur einmal benutzt werden.
 - Was fällt dir auf?

- 2** Bilde mit den selbst gewählten Ziffern aus Nr. 1 wieder dreistellige Zahlen. Jetzt darfst du jede Ziffernkarte auch mehrfach verwenden.
 - Schreibe auf, welche Zahlen du gefunden hast.
 - Vergleiche mit einem Nachbarn.
 - Sprecht über eure Ergebnisse und eure Lösungswege.
 - Ordnet sie übersichtlich.

- 3** Bilde dreistellige Zahlen aus den Ziffern 2, 4, 6 und 8. Jede Ziffer darf nur einmal benutzt werden.
 - Welche unterschiedlichen Kombinationen findest du?
 - Schreibe sie auf und ordne sie übersichtlich.
 - Woher weißt du, dass du alle gefunden hast?

- 4** Denke dir selbst eine Aufgabe aus und schreibe alle Zahlen auf, die du findest.
 - Stelle deinem Nachbarn die Aufgabe.
 - Sprecht über eure Ergebnisse und eure Lösungswege.

Lernumgebung: „Strummitiere“ (Kombi-3)

Hinweise für die Lehrkraft

Einordnung innerhalb des Themenbereichs

n: Anzahl der Legosteine (Aufg. 1) bzw. Anzahl der Farben (Aufg. 2)
k: Anzahl der Körperteile

Typ: Permutation Sonderfall: Mehrere Elemente sind identisch (Aufg. 1)

$n = k$ Es gibt $\frac{4!}{3!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 4$ Möglichkeiten

Typ: Geordnete Ziehung mit Zurücklegen (Aufg. 2)

$n = 2, k = 4$ Es gibt $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ Möglichkeiten

Es erübrigt sich, im Modell mit 8 Kugeln zu arbeiten. 1 Kugel für jede Farbe genügt.

Klassenstufe: 2. – 4.

Ziele: einfache kombinatorische Aufgaben gemeinsam lösen, systematische Vorgehensweise erarbeiten

Didaktisch-methodische Hinweise

Praktische Hinweise zur Durchführung:

- Erklärung der Strummitiere
- Material kann nicht entsprechend der Steckmöglichkeiten pro Kind zur Verfügung gestellt werden, deshalb vorher klären, dass das gebaute Tier aufgezeichnet werden muss, weil es wieder auseinander genommen wird.
- Arbeitsblatt zum Aufzeichnen der Möglichkeiten ausgeben (eventuell AB auf A3 vergrößern).
- Die Sortierung der gefundenen Möglichkeiten geht am einfachsten, wenn die Arbeitsblätter auseinander geschnitten werden.
- Material zur Erstellung eines Plakates bereitstellen.

Allgemeine mathematische Kompetenzen

Problemlösen	Kommunizieren	Argumentieren	Modellieren	Darstellen
1.2	2.1	3.2; 3.3		5.3

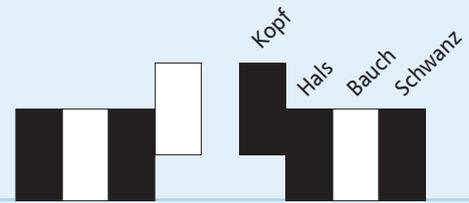
Material/Bezugsquelle

Anzahl	Name des Materials	Bezugsquelle
100	Lego-2er-Steine weiß	Wehrfritz oder www.brick-shop.de
100	Lego-2er-Steine schwarz	Wehrfritz oder www.brick-shop.de
pro Kind	Aufgabenblatt „Kombi-3“	
Ergänzendes Material		
1 Satz	16 DIN-A6-Karten „Strummitierchen“	Grundschule Mathematik, Heft Nr. 27/2010, Friedrich Verlag, Differenzierungsmaterial und Lösungen

Erprobt in ... / von ...

Name	Klasse	Datum	Erfahrungen/Anregungen/Hinweise

Der Abdruck erfolgt mit freundlicher Genehmigung von Herrn Prof.em.Dr.Dr.h.c. Erich Christian Wittmann



Strummitiere

Paul will mit seinen Freunden Strummitiere bauen, bestehend aus Kopf, Hals, Bauch und Schwanz. Sie haben dafür schwarze und weiße Legosteine zur Verfügung.

- 1 Paul nimmt sich drei schwarze und einen weißen Legostein.
Welche Kombinationen sind möglich?

 - Baue verschiedene Strummitiere und trage sie in dein Arbeitsblatt ein.
 - Überlege, ob du alle Möglichkeiten gefunden hast.
 - Versuche deine Strummitiere zu ordnen. Wie bist du vorgegangen?
- 2 Pauls Freund nimmt sich 4 schwarze und 4 weiße Legosteine.
Welche Kombinationen sind bei ihm möglich?

 - Baue alle möglichen Strummitiere.
 - Zeichne die Möglichkeiten auf.
 - Welche Möglichkeiten hast du gefunden?
 - Überlege, ob du alle Möglichkeiten gefunden hast.
 - Vergleiche mit deinem Nachbarn.
 - Wie könnt ihr vorgehen, um alle Lösungen zu finden?
- 3 Besprecht in einer Rechenkonferenz an eurer Tischgruppe:

 - Wie habt ihr die Aufgabe gelöst?
 - Wie viele Kombinationen habt ihr gefunden?
 - Sortiert die Strummitiere so, dass ihr feststellen könnt, ob ihr alle gefunden habt.
 - Erstellt dazu ein Plakat.

Lernumgebung: „Türme bauen“ (Kombi-4)

Hinweise für die Lehrkraft

Einordnung innerhalb des Themenbereichs

n: Anzahl der Farben
k: Anzahl der Steckwürfel

Typ: Geordnete Ziehung mit Zurücklegen (Aufg. 1)

$n = 2, k = 4$ Es gibt $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ Möglichkeiten

Typ: Permutation (Aufg. 2)

$n = 4$ Es gibt $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ Möglichkeiten

Klassenstufe: 2.–4.

Ziele: einfache kombinatorische Aufgaben gemeinsam lösen, systematische Vorgehensweise erarbeiten und besprechen

Didaktisch-methodische Hinweise

Praktische Hinweise zur Durchführung:

- Aufgabe vorstellen (z. B. zwei Vierertürme mit zwei verschiedenen Farben zeigen)
- Wahlweise in Einzelarbeit oder Partnerarbeit mögliche Kombinationen auf die Kopiervorlage „Vierertürme“ (eventuell Kopiervorlage auf A3 vergrößern) zeichnen lassen.
- Differenzierungsmöglichkeit: Leistungsschwächere Schüler erstellen Dreiertürme mit zwei verschiedenen Farben.
- Mit anderen Partnergruppen die gemalten Türme vergleichen: „Gibt es doppelte?“, „Fehlen noch Vierertürme?“
- Die Sortierung der gefundenen Möglichkeiten geht am einfachsten, wenn die Arbeitsblätter auseinander geschnitten werden.
- Präsentation der gefundenen Lösungen.

Allgemeine mathematische Kompetenzen

Problemlösen	Kommunizieren	Argumentieren	Modellieren	Darstellen
1.2	2.1	3.3		5.3

Material/Bezugsquelle

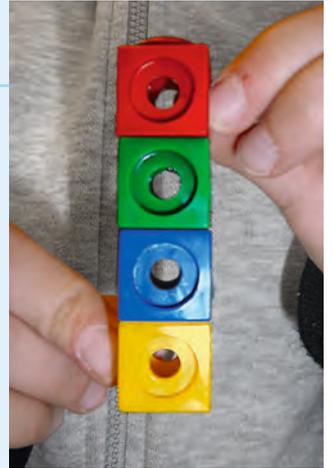
Anzahl	Name des Materials	Bezugsquelle
je Farbe ca. 100 Steckwürfel	Steckwürfel in vier verschiedenen Farben	Schubi, Betzold, Wiemann
	Magnetsteckwürfel für die Tafel zum Visualisieren	
pro Schüler/in	Aufgabenblatt „Kombi-4“	
pro Schüler/in	Arbeitsblatt „Türme bauen“	

Erprobt in ... / von ...

Name	Klasse	Datum	Erfahrungen/Anregungen/Hinweise

Türme bauen

Lisa und Lukas spielen mit Steckwürfeln. Sie haben Würfel in vier Farben und wollen damit Vierertürme bauen.



- 1 Welche verschiedenen Vierertürme können sie bauen, wenn sie nur zwei Farben verwenden?
 - Baue alle möglichen Vierertürme.
 - Zeichne die Möglichkeiten auf.
 - Welche Möglichkeiten hast du gefunden?
 - Schneide die Möglichkeiten aus, sortiere sie.
 - Woher weißt du, dass du alle Möglichkeiten gefunden hast?

- 2 Nun nehmen Lisa und Lukas Steckwürfel in vier Farben (z.B. weiß, rot, blau und grün). Welche verschiedenen Vierertürme können sie bauen, wenn in einem Turm keine Farbe doppelt vorkommen soll?
 - Baue alle möglichen Vierertürme.
 - Zeichne die Möglichkeiten auf.
 - Welche Möglichkeiten hast du gefunden?
 - Schneide die Möglichkeiten aus, sortiere sie.
 - Woher weißt du, dass du alle Möglichkeiten gefunden hast?

- 3 Denke dir selbst eine Aufgabe aus und zeichne alle Möglichkeiten auf, die du findest.
 - Stelle deinem Nachbarn die Aufgabe.
 - Sprecht über eure Ergebnisse und Lösungswege.

Lernumgebung: „Staffellauf“ (Kombi-5)

Hinweise für die Lehrkraft

Einordnung innerhalb des Themenbereichs

n: Anzahl der Kinder

Typ: Permutation (Aufg. 1)

$n = 4$ Es gibt $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ Möglichkeiten

Es gibt $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ Möglichkeiten

Typ: Geordnete Ziehung je eines Elements aus mehreren Mengen (Aufg. 2)
Es gibt 8 Möglichkeiten.

Klassenstufe: 2. – 4.

Ziele: einfache kombinatorische Aufgaben gemeinsam lösen,
Vorgehensweise anderer verstehen

Didaktisch-methodische Hinweise

Praktische Hinweise zur Durchführung:

- Problemformulierung: Jeder möchte beim Staffellauf einmal vorn stehen.
- „Findet in Vierergruppen heraus, wie viele Möglichkeiten es gibt, sich in einer Gruppe hintereinander aufzustellen.“
- Gruppen probieren getrennt voneinander aus, sich aufzustellen.
- Notiert eure Reihenfolge (Möglichkeiten: Anfangsbuchstaben der Vornamen)
- Tippkarten (Bildkarten der Kinder, Namenskarten) erleichtern die Arbeit.
- Gesprächskreis: Vorgehensweisen werden vorgestellt.
- Impuls: „Woher wisst ihr, dass ihr auch alle Aufstellungen gefunden habt?“
- Damit sind die Kinder gefordert, eine Strategie vorzustellen, mit der man systematisch alle Anordnungen erarbeiten kann.

Allgemeine mathematische Kompetenzen

Problemlösen	Kommunizieren	Argumentieren	Modellieren	Darstellen
1.2	2.1; 2.3	3.3	4.1	

Material/Bezugsquelle

Anzahl	Name des Materials	Bezugsquelle
	Papier, Stifte	
pro Gruppe	Aufgabenblatt „Kombi-5“	

Erprobt in ... / von ...

Name	Klasse	Datum	Erfahrungen/Anregungen/ Hinweise



Staffellauf

Im Sportunterricht will die Klasse Staffelspiele durchführen. In jeder Gruppe sind vier Schüler. Damit jeder einmal anfangen darf, sollen verschiedene Aufstellungen gesucht werden.

- 1** Findet heraus, welche verschiedenen Möglichkeiten es gibt, euch hintereinander aufzustellen.
 - Probiert es in Gruppen zu viert aus, wie man sich anstellen kann.
 - Zeichnet oder schreibt eure Möglichkeiten auf.
 - Woher wisst ihr, dass ihr alle Möglichkeiten gefunden habt?
 - Vergleicht mit einer anderen Vierergruppe.
 - Wie sieht das Ergebnis aus, wenn die Gruppe um ein Kind vergrößert wird?

- 2** Hans, Moritz, Susi und Jana sollen sich an der Tür anstellen. Jeder möchte der Erste sein. Frau Fischer, die Lehrerin, möchte, dass sich Jungen und Mädchen immer abwechseln.
 - Welche Möglichkeiten haben die vier Kinder jetzt, sich anzustellen?
 - Zeichnet oder schreibt eure gefundenen Möglichkeiten wieder auf.
 - Woher wisst ihr, dass ihr alle Möglichkeiten gefunden habt?
 - Sprecht über eure Ergebnisse und eure Lösungswege.

- 3** Denke dir selbst eine Aufgabe aus und zeichne alle Möglichkeiten auf, die du findest.
 - Stelle deinem Nachbarn die Aufgabe.
 - Sprecht über eure Ergebnisse und Lösungswege.

Lernumgebung: „Shake hands!“ (Kombi–6)

Hinweise für die Lehrkraft

Einordnung innerhalb des Themenbereichs

n: Anzahl der Kinder

Typ: Ungeordnete Ziehung ohne Zurücklegen (Aufg. 1; 2)

k = 2 (Händedruck)

3 Freunde → 3 mal Händedruck

4 Freunde → 6 mal Händedruck

Formel: $\frac{n!}{(n-2)! 2!}$

Anzahl der Kinder	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anzahl der möglichen Händedrücke	1	3	6	10	15	21	28	36	45

Klassenstufe: 2.–4.

Ziele: kombinatorische Aufgaben durch Probieren gemeinsam lösen, Gesetzmäßigkeiten erkennen und fortsetzen

Didaktisch-methodische Hinweise

Praktische Hinweise zur Durchführung:

- Gegebenenfalls wird in einem Rollenspiel mit ca. 5 Kindern vor der Klasse eine Begrüßung mit Händeschütteln durchgespielt.
- Unterrichtsgespräch über Möglichkeiten der „Anordnung“, um den Überblick behalten zu können, wer wem die Hand schon geschüttelt hat.
- Je nach Klassensituation gemeinsames Lesen der Aufgabe.
- Hinweis auf Hilfestellungen durch zusätzliches Material.
- Schülerinnen und Schüler bearbeiten selbstständig die Aufgabenstellung.

Allgemeine mathematische Kompetenzen

Problemlösen	Kommunizieren	Argumentieren	Modellieren	Darstellen
1.2	2.1; 2.3	3.3	4.2	5.1

Material/Bezugsquelle

Anzahl	Name des Materials	Bezugsquelle
pro Kind	Aufgabenblatt „Kombi–6“	
	Papier, Stifte	

Erprobt in ... / von ...

Name	Klasse	Datum	Erfahrungen / Anregungen / Hinweise
Müller	5 b	Nov. 2012	Die Kombinatorik-Aufgabe „Shake hands!“ machte auch den Schülern der 5./6. Klassen Spaß. Sie nutzten Buntstifte oder Finger als Lösungshilfe für Händeschütteln mit mehr als 5 Personen. Sie versuchten eine Gesetzmäßigkeit zu finden sowie verschiedene Darstellungsmöglichkeiten.



Shake hands!

Drei Freunde wollen sich am Ende des Schultages voneinander verabschieden. Jeder gibt jedem die Hand.

- 1** Wie oft werden die Hände insgesamt geschüttelt?
 - Ihr könnt es in Gruppen ausprobieren, wie man sich verabschieden kann.
 - Zeichnet oder schreibt eure Möglichkeiten auf.
 - Woher wisst ihr, dass ihr alle Möglichkeiten gefunden habt?
 - Vergleicht mit einer anderen Gruppe.
 - Wie sieht das Ergebnis aus, wenn sich vier Freunde verabschieden?

- 2** Vergrößert nun die Gruppe immer wieder um ein Kind.
 - Zeichnet oder schreibt die Möglichkeiten auf.
 - Fällt euch etwas auf?

- 3** Wie oft werden die Hände geschüttelt, wenn sich jedes Kind eurer Klasse von jedem Mitschüler verabschiedet?
 - Findet ihr eine Möglichkeit, eure Lösung übersichtlich zu notieren?

Lernumgebung: „Eisbecher“ (Kombi-7)

Hinweise für die Lehrkraft

Einordnung innerhalb des Themenbereichs

n: Anzahl der Eissorten

k: Anzahl der Eiskugeln

Typ: Ungeordnete Ziehung ohne Zurücklegen (Aufg. 1)

$n = 3; k = 2$ Es gibt $\frac{3!}{(3-2)! \cdot 2!} = 3$ Möglichkeiten

Typ: Ungeordnete Ziehung mit Zurücklegen (Aufg. 2)

$n = 4; k = 3$ Es gibt $\binom{n+k-1}{k} = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20$ Möglichkeiten

Klassenstufe: 2.–4.

Ziele: einfache kombinatorische Aufgaben gemeinsam lösen, systematische Vorgehensweise verstehen

Didaktisch-methodische Hinweise

Praktische Hinweise zur Durchführung:

- Aufgabe vorstellen (z.B. zwei Eisbecher mit zwei verschiedenen Eiskugeln zeigen)
- Wahlweise in Einzelarbeit oder Partnerarbeit mögliche Kombinationen auf den angebotenen Arbeitsblättern (selbst wählen lassen) zeichnen lassen.
- Differenzierungsmöglichkeit: Leistungsschwächere erhalten Material (Eiskugeln und Eisbecher), um handlungsorientiert zu arbeiten.
- Lösungen erst mit anderen Mitschülern vergleichen, bevor das Klassengespräch stattfindet.
- Die Sortierung der gefundenen Möglichkeiten geht am einfachsten, wenn die Arbeitsblätter auseinander geschnitten werden.
- Präsentation der gefundenen Lösungen.

Allgemeine mathematische Kompetenzen

Problemlösen	Kommunizieren	Argumentieren	Modellieren	Darstellen
1.2	2.1	3.3	4.1	5.1; 5.3

Material/Bezugsquelle

Anzahl	Name des Materials	Bezugsquelle
je Farbe 15 Kugeln	Styroporkugeln in 4 Farben	Bastelgeschäft
15	durchsichtige Behälter	leere Eisbehälter
pro Kind	Kopiervorlagen (leer, 2 Kugeln, 3 Kugeln)	
pro Kind	Aufgabenblatt „Kombi-7“	

Erprobt in ... / von ...

Name	Klasse	Datum	Erfahrungen / Anregungen / Hinweise

Eisbecher

Felix möchte sich vom Taschengeld ein Eis kaufen. In der kleinen Eisdiele gibt es drei Sorten: Schokolade, Erdbeere, Vanille.



1 Sein Geld reicht für zwei Kugeln. Er mag jede Sorte und wählt zwei Eissorten. Welche verschiedenen Eisbecher kann sich Felix aus drei Eissorten zusammenstellen?

- Notiere deinen Lösungsweg. Du kannst schreiben, malen oder rechnen.
- Woher weißt du, dass du alle Möglichkeiten gefunden hast? Begründe.
- Vergleiche mit einem Nachbarn.
- Sprecht über eure Ergebnisse und eure Lösungswege.

2 Tante Hanni lädt Felix zum Eisessen in die kleine Eisdiele ein. Heute gibt es vier Sorten: Erdbeere, Schokolade, Vanille und Pistazie. Er darf sich einen Eisbecher mit drei Kugeln zusammenstellen. Felix fällt es nicht leicht, sich zu entscheiden.

Welche verschiedenen Möglichkeiten gibt es für einen Eisbecher mit drei Kugeln?

- Vermute, wie viele Eisbecher sind es?
- Notiere deinen Lösungsweg. Du kannst schreiben, malen oder rechnen.
- Woher weißt du, dass du alle Möglichkeiten gefunden hast? Begründe.
- Vergleiche mit einem Nachbarn.
- Sprecht über eure Ergebnisse und eure Lösungswege.

3 Erfinde eine eigene Eisgeschichte.

- Stelle deinem Nachbarn die Aufgabe.
- Sprecht über eure Ergebnisse und Lösungswege.

Lernumgebung: „Fußballturnier“ (Kombi–8)

Hinweise für die Lehrkraft

Einordnung innerhalb des Themenbereichs

n: Anzahl der Kleidungsstücke einer Art
 $k = 1$

Typ: Ziehung je eines Elements aus mehreren Mengen (Aufg. 1; 2; 3)

- (1) Es gibt $3 \cdot 2 = 6$ Möglichkeiten
- (2) Es gibt $5 \cdot 2 = 10$ Möglichkeiten
- (3) Es gibt $4 \cdot 2 \cdot 3 = 24$ Möglichkeiten

(4) Hier ist die Fragestellung umgekehrt worden:

Es gibt 15 Möglichkeiten, um 16 Mannschaften verschieden zu kleiden:

- a) 16 verschiedene Farben für T-Shirt oder Hose oder Kniestrümpfe
 3 Möglichkeiten: $(16 - 1 - 1)$ $(1 - 16 - 1)$ $(1 - 1 - 16)$
- b) 8 verschiedene Farben für ein Teil und zwei verschiedene Farben für ein weiteres Teil
 6 Möglichkeiten: $(8 - 2 - 1)$ $(8 - 1 - 2)$ $(2 - 1 - 8)$ $(2 - 8 - 1)$ $(1 - 8 - 2)$ $(1 - 8 - 2)$
- c) 4 verschiedene Farben für ein Teil und ebenso für ein anderes Teil
 3 Möglichkeiten: $(4 - 4 - 1)$ $(4 - 1 - 4)$ $(1 - 4 - 4)$
- d) 4 verschiedene Farben für ein Teil und je 2 verschiedene Farben für die beiden anderen Teile
 3 Möglichkeiten: $(2 - 2 - 4)$ $(2 - 4 - 2)$ $(4 - 2 - 2)$

Klassenstufe: 2.–5.

Ziele: einfache kombinatorische Aufgaben lösen, unterschiedliche Darstellungen ausprobieren und miteinander vergleichen

Didaktisch-methodische Hinweise

Praktische Hinweise zur Durchführung:

- ausreichend Legematerial in entsprechenden Farben (Hosen und T-Shirts) bereitstellen
- Kopiervorlage mit T-Shirts, Hosen für Aufgabe 1 zum Ausmalen anbieten
- Aufgabe kann in Einzel- oder Partnerarbeit gelöst werden.
- Lösungen erst mit anderen Mitschülern vergleichen, bevor das Klassengespräch stattfindet
- die Darstellungsformen miteinander vergleichen und bewerten
- Aufgaben eignen sich für die Einführung des Baumdiagramms ab Klasse 3.

Allgemeine mathematische Kompetenzen

Problemlösen	Kommunizieren	Argumentieren	Modellieren	Darstellen
1.2	2.1	3.3	4.1	5.1; 5.3

Material/Bezugsquelle

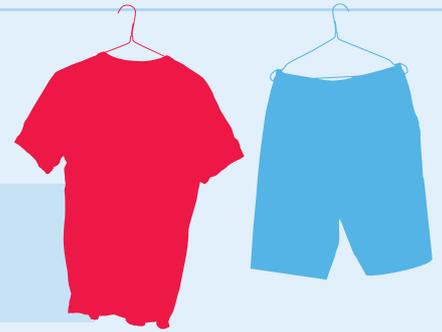
Anzahl	Name des Materials	Bezugsquelle
pro Schüler/in	Aufgabenblatt „Kombi–8“	Bastelgeschäft
ausreichend	Legematerial; verschiedenfarbige T-Shirts, Hosen, Kniestrümpfe	

Erprobt in ... / von ...

Name	Klasse	Datum	Erfahrungen / Anregungen / Hinweise

Fußballturnier

Das alljährliche Fußballturnier soll diesmal am letzten Schultag stattfinden. Für die Mannschaften stehen lila, rote und grüne T-Shirts sowie weiße und hellblaue Hosen zur Verfügung.



- 1** Wie viele Mannschaften können mitspielen, wenn jede Mannschaft andersfarbige T-Shirts oder Hosen tragen soll?
 - Probiere, zeichne oder schreibe deine gefundenen Möglichkeiten auf.
 - Woher weißt du, dass du alle Möglichkeiten gefunden hast?
 - Vergleiche mit einem Nachbarn.

- 2** Vom Fußballverein borgt sich die Schule noch schwarze und orangefarbene T-Shirts aus.
 - Wie viele Mannschaften können nun beim Fußballturnier mitspielen?
 - Ordne deine gefundenen Möglichkeiten übersichtlich.

- 3** Da sich noch mehr Mannschaften für die Teilnahme am Fußballturnier angemeldet haben, kommen die Kinder auf die Idee, dass man auch verschiedenfarbige Kniestrümpfe verwenden kann.
 - Wie viele Mannschaften können am Turnier teilnehmen, wenn zur Unterscheidung vier verschiedenfarbige T-Shirts, zwei verschiedenfarbige Hosen und drei verschiedenfarbige Paar Kniestrümpfe vorhanden sind?
 - Zeichne oder schreibe deine gefundenen Möglichkeiten auf.
 - Woher weißt du, dass du alle Möglichkeiten gefunden hast?
 - Sprecht über eure Ergebnisse und Lösungswege.

- 4** Es wollen 16 Mannschaften am Fußballturnier teilnehmen. Wie viele verschiedenfarbige T-Shirts, Hosen und Kniestrumpfpaaire müssen vorhanden sein, damit jede Mannschaft eine andersfarbige Bekleidung hat?
 - Zeichne oder schreibe deine gefundenen Möglichkeiten auf.
 - Vergleiche mit einem Nachbarn.
 - Sprecht über eure Ergebnisse und Lösungswege.

2.7 Ideen und Berichte aus Schulen

Katholische Grundschule St. Marien

Vorstellung einer Themenkiste aus der Mathewerkstatt



- Die Themenkiste „Kombinatorik“ besteht aus vier Lernumgebungen (LU).
- Jede LU ist mit einem Kürzel versehen.
- Das Kürzel ist von innen angebracht, aber von außen sichtbar.
- Die 4 LU liegen so im Regal, dass die Kürzel sichtbar sind.
- Die LUs sind platzsparend gestapelt.



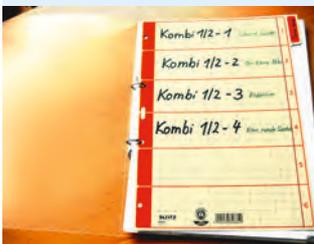
- Jede LU befindet sich in einer A4-Sammelmappe aus transparentem Plastik. Dadurch ist der Inhalt schon von außen sichtbar.
- Andere Themenkisten sollen in andersfarbige Sammelmappen kommen.



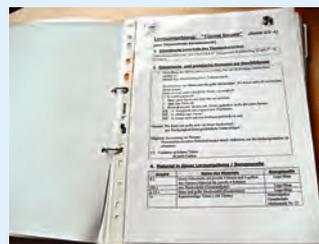
- Das zur LU gehörende Material (in diesem Fall „Bonbonkärtchen“) ist in transparenten Plastikschanteln verpackt.
- Jede Schachtel enthält das Material für einen Tisch.
- Die Schachteln passen vom Format exakt in die Sammelmappe (Bezugsadresse unten).
- Das zur LU gehörende Material (in diesem Fall „Bonbonkärtchen“) ist in transparenten Plastikschanteln verpackt.
- Jede Schachtel erhält das Material für einen Tisch.
- Die Schachteln passen vom Format exakt in die Sammelmappe (Bezugsadresse unten).



- Außer dem Material befinden sich das Aufgabenblatt und die Handreichung in der Sammelmappe.
- Sie sind geschützt in einer Klarsichthülle und auf gelbes Papier kopiert, um sie als Kopiervorlage kenntlich zu machen.



- Zur Themenkiste gehört außerdem ein Ausleih-Ordner.
- Zu jeder der vier LU gibt es darin eine Unterteilung.



- Dort befindet sich eine Ausleihliste, wo die KollegInnen auch stichwortartig eigene Erfahrungen notieren können.
- Außerdem gibt es dort Sicherheitskopien der in der LU befindlichen Vorlagen.
- Zum Teil liegen außerdem noch weiterführende Artikel bei.

Reinhardswald-Grundschule (Friedrichshain-Kreuzberg)
**Erfahrungen beim Einrichten einer Themenkiste zum Thema
„Gewichte und Längen“**

Wir in unserer Sinusschulgruppe haben lange beraten, zu welchem Thema wir wenig Material an unserer Schule haben und uns Lernumgebungen fehlen.

Die Entscheidung fiel auf die beiden Themenbereiche Gewichte und Längen, da aus unserer Erfahrung hier die Kinder zwar gewisse Vorkenntnisse besitzen, jedoch konkrete Größenvorstellungen meist nicht oder nur ansatzweise vorhanden sind.

Dann haben wir uns einen Überblick verschafft, wo einsatzfähiges Material in der Schule zu diesen Themen lagert.

Beim nächsten Schritt wurde uns schon bewusst, dass das Einrichten dieser Themenkiste eine große Herausforderung ist. Wir wälzten Kataloge und informierten uns: Welche Materialien gibt es überhaupt? Welche Materialien würden wir einsetzen wollen? Und dann, für uns mit das Schwerste: Wie werden diese Materialien dem Sinusgedanken treu eingesetzt.

Wir entschieden ganz bewusst, uns der Themenkiste „Gewichte“ zuerst zuzuwenden, weil wir in diesem Bereich „am bedürftigsten“ waren.

Sehr viel Zeit benötigten wir, um Veröffentlichungen zu studieren und vorhandene Aufgaben zu Lernumgebungen und Forscheraufgaben umzugestalten. Dabei war es uns immer wichtig, die Aufgaben gemeinsam zu besprechen und umzuwandeln sowie selbst zu erproben.

Was liegt bisher vor?

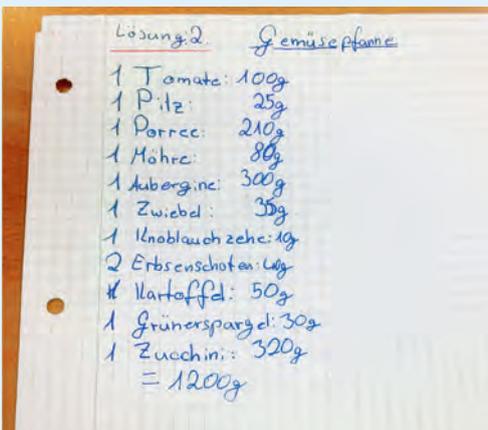
Wir haben unsere Aufgaben in sechs Themenbereiche gegliedert:

- erste Erfahrungen mit Gewichten
- Schätzen
- Vergleichen von Gewichten (willkürliche Maßeinheiten)
- Vergleichen mit standardisierten Maßeinheiten
- Messen mit technischen Hilfsmitteln/Kennenlernen von verschiedenen Messinstrumenten
- Rechnen mit Gewichten

Zu jedem Gliederungspunkt wurden von der Sinusgruppe Aufgaben erstellt.

Erfolge

Auch Kollegen, die nicht zur SINUS-Schulgruppe gehören, fragen nach Lernumgebungen. Eine Kollegin erprobte in einer 3. Klasse die Gemüsepfannenaufgabe. Außerdem setzte sie einen Teil der Materialien ein.



Stolpersteine

- Das Material ist gewichtig und passt nicht so locker in eine Kiste um transportiert oder verstaut zu werden. Uns fehlt Platz für eine sinnvolle, für den Zugriff schnelle Lagerung.
- Die meisten Kolleginnen der Sinusgruppe unterrichten nur in einer Klasse Mathematik und sind nicht so nah am Thema. Sie fühlen sich zum Teil überfordert und wünschten sich Anleitung von außen.
- Die anderen schulischen Verpflichtungen lassen uns kaum Zeit für die Sinusarbeit.
- Die Stundenpläne an unserer Ganztagschule sind so ungünstig, das nur schwer ein Termin zur gemeinsamen Beratung gefunden werden kann.
- Der Themenbereich „Gewichte“ stellte eine große didaktische Herausforderung dar, die sehr viel größer war, als wir es am Anfang erwartet hatten.

Rückblick

Wir wählten folgende Reihenfolge:

- Themenfindung
- Überblick über vorhandene Materialien
- Materialbestellung
- Sichtung von Literatur (Lernumgebungen sammeln, didaktische Ideen ...)
- Auswählen der Aufgaben/Lernumgebungen, deren Erprobung und Gliederung
- Kiste einrichten

Empfehlen würden wir jedoch:

Erst das Thema gliedern und Aufgaben/Lernumgebungen dazu finden und erfinden und dann die notwendigen Materialien anschaffen.

Uns zwang der Termin der Materialanschaffung zu der etwas unglücklichen Reihenfolge, die uns viel Zeit und Energie kostete.

Materialliste für die Themenkiste: Gewichte und Längen

An der Schule vorhandene Materialien: verschiedene Waagen, 6 Balkenwaagen für die Schülerhand, unvollständige Gewichtssätze aus Messing, einzelne Gewichtsstücke (1 kg, 500g, ...) Maßbänder, CVK-Koffer zum Wiegen

Materialien, die wir zur Ergänzung bestellen konnten:

- | | |
|-----------------------------------|--|
| – 18 Stoppuhren | – 2 Gewichtememory |
| – 1 Tafelwaage | – 2 Gewichte-Vergleichssätze |
| – 3 Gliedermaßstäbe (1 m) | – 1 Milliliter-Gefäß |
| – 1 Kraftmesser/Federwaage 1000 g | – 1 Kubikmeter-Aufbaumodell |
| – Hand-Federkraftwaage 0–25 kg | – Grundschule Mathematik, Heft 19/2008, Materialpaket Größen und Sachrechnen: Gewichte |
| – diverse Aufbewahrungsboxen | – Gewichte – Lehrerhandreichung |
| – 10 Schiebelehren/Mess-Schieber | – Längen – Lehrerhandreichung |
| – 15 Klemmbretter | |
| – Messinggewichte | |
| – 8 Messräder/Rollräder | |

Organisation der Themenkisten

Wir haben über das SINUS-Budget Materialien bestellen können. Diese werden nach Themen geordnet aufbewahrt. Für eine gute Orientierung sind die Fächer beschriftet und das Material farblich gekennzeichnet. Das meiste Material wird in Kisten zu Themenkisten zusammengefasst. Wir haben uns für große durchsichtige Aufbewahrungsboxen entschieden, da so der Inhalt auch von außen ersichtlich ist. In jeder Themenkiste befindet sich neben den Aufgabenstellungen eine Materialliste. Wer Materialien nutzt, trägt das, was er entnimmt, mit Datum und Name in unser Ausleihbüchlein ein. Die Rückgabe wird auch notiert. Aufbewahrt werden die Themenkisten in einem Extrabereich, dem „SINUS-Bereich“ im Lehrerzimmer.



Inhalte der Themenkisten

Zurzeit existieren Themenkisten zu folgenden Themen: Gewicht, Zeit, Länge und Brüche. Wir arbeiten intensiv an Lernumgebungen für diese Kisten, sodass schließlich eine Themenkiste alles Notwendige für einen guten Einsatz enthält (Material, Aufgabe sowie Bewertungsbogen).

In Arbeit sind Kisten zu den Themen Geometrische Körper, Würfel, Geld sowie Übergang Kita – Grundschule.



Aufgabenentwicklung für die Themenkisten

Die Ideen für Aufgaben werden zum einen aus der angebotenen Literatur zum Thema „Lernumgebungen“ entnommen und weiterentwickelt. Zum anderen nutzen wir die entstandenen bzw. vorgestellten Aufgabenformate der Set-Treffen. Einige Lehrerinnen und Lehrer entwickeln selbstständig offene Aufgaben, testen diese und stellen die Ergebnisse in der Schulgruppe vor.

In Klasse 5 wird momentan das Lehrbuch „Lernumgebungen“ getestet und Aufgaben der Lerngruppe entsprechend umgewandelt.

Eine weitere Ausgangslage zur Entwicklung neuer Aufgaben stellen Materialien und Spiele dar, die eventuell schon von einigen Lehrern und Lehrerinnen erprobt worden, welche aber in dargebotener Form nicht für alle Kinder einsetzbar sind.

Einsatz der Themenkisten

Die Themenkisten werden hauptsächlich von den Mitgliedern der SINUS-Schulgruppe ausprobiert und erweitert. Zukünftig sollen alle Mathematiklehrer und Mathematiklehrerinnen aber auch Erzieherinnen, Erzieher und Vertretungskräfte davon profitieren. Einsatz finden die Kisten im Regelunterricht aller Klassenstufen, aber auch zu besonderen Anlässen wie dem „Tag der offenen Tür“ und dem zukünftigen Matheprojekttag. So konnte zu Beginn des Schuljahres 2012/13 die Themenkiste Geld schon erfolgreich ihren Einsatz finden. Es wurden Lernumgebungen für die Klassenstufen 1 bis 4 angeboten und ausprobiert. Einige Aufgaben konnten sogar von den zukünftigen Schülkindern und den anderen kleine Geschwistern gelöst werden. Die Eltern gewannen durch eigene Lösungsversuche und durch Info-Material ebenfalls einen Einblick in unsere SINUS-Arbeit.



Wie die Themenkiste „Denkschule“ entstanden ist

Die „Denkschule“ (Wittmann/Müller 1997) war in unseren Schulset-Sitzungen immer wieder Thema. Spiele, die das Denken der Kinder und unser eigenes anregen, besitzen einen wichtigen Stellenwert für den Mathematikunterricht, besonders weil das Problemlösen hier im Mittelpunkt steht, Probehandlungen möglich werden und sich viele Anlässe zur Kommunikation über Lösungswege anbieten.

Wir haben also beschlossen, die „Denkschule“, die ja nur als Heft verfügbar ist, auseinander zu nehmen und daraus Strukturen zu entwickeln, die im Unterricht leicht handhabbar sind.

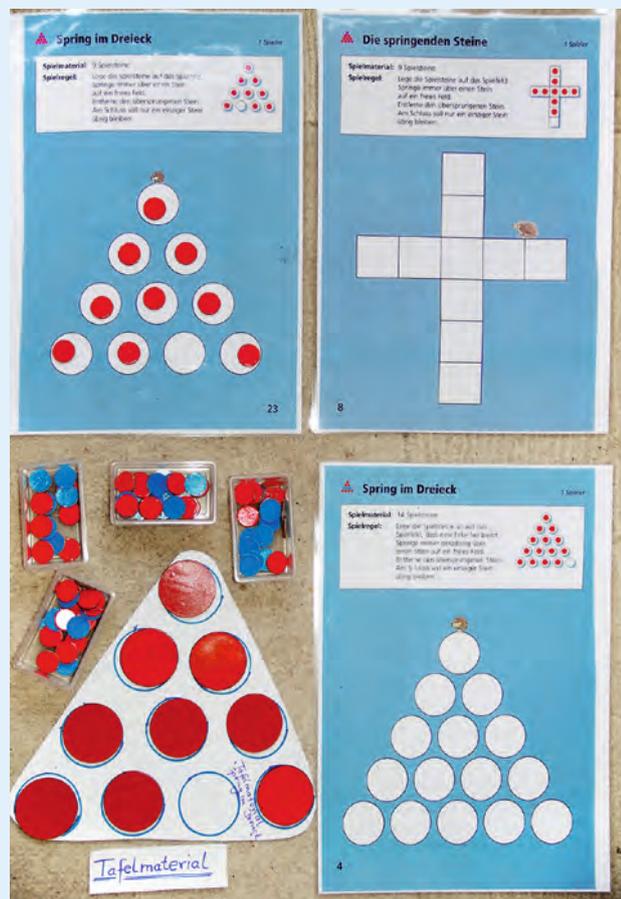
Nachdem alle Spiele einzeln vorlagen, haben wir sie zunächst zu Gruppen zusammengefasst (also z.B. alle Springspiele, alle Schiebispiele ...), sie laminiert (das war Hausaufgabe) und sie jeweils in einem durchsichtigen Ordner zusammengefasst.

In der nächsten Sitzung haben wir uns zu zweit zusammengetan und uns jeweils eine Gruppe vorgenommen. D.h., wir haben ausführlich gespielt, dabei auf Stolpersteine geachtet und anschließend unsere Erfahrungen der Gruppe vorgetragen. Dabei wurde auch die Frage nach möglichen Einsatzbereichen wichtig (Freiarbeit, Arbeit mit der ganzen Klasse, Förderunterricht ...).

An diesem Prozess haben auch die Horterzieherinnen teilgenommen, weil sie für den Nachmittag auch eine Themenkiste Denkschule herstellen und sie kompetent einsetzen wollten. Das war ein sehr lebendiger Prozess, der immer wieder auch hohe Ansprüche an unsere Denk- und Kombinationsfähigkeit beinhaltet.

Das Ausprobieren im Unterricht schloss sich an, sodass wir für die nächste Sinussitzung, in der es um die Formulierung von Lernumgebungen zum Thema ging, gut vorbereitet waren.

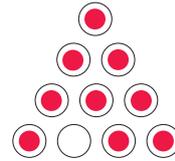
Wie lässt sich also z.B. die Gruppe „Springspiele“ im Unterricht so einsetzen, dass eine geöffnete Lernsituation entsteht und Kommunikation über Lösungsstrategien möglich wird.



Hier ein Beispiel für eine ausführlich formulierte Lernumgebung:

Lernumgebung: „Spring im Dreieck“

(aus: Programm mathe 2000, Spielen und Überlegen – Die Denkschule, Teil 2, von E. Ch. Wittmann)



1. Einordnung innerhalb des Themenbereiches:

„Spring im Dreieck“ ordnet sich ein in eine Gruppe von Solitärspielen in der Denkschule. Dazu gehören: „Der springende Stein“ (Klasse 1/2) und „Spring im Quadrat“ (Klasse 4). Die Spielregeln sind identisch. Es geht um das Finden eigener Wege und das Merken von erfolgreichen Wegen. Es gibt sehr viele verschiedene Möglichkeiten, die Aufgabe zu lösen.

2. Erprobt in/von ... (Klasse, Lehrer):

Grundschule am Sandsteinweg, Klasse 2c.

3. Methodische Hinweise zur Durchführung:

Den Spielplan vor Stundenbeginn herstellen und an der Tafel befestigen (ein DIN-A4-Blatt reicht aus), mit Magnetplättchen versehen und die Spielidee erklären:
„Lege die Spielsteine auf das Spielfeld. Springe immer über einen Stein auf ein freies Feld. Entferne den übersprungenen Stein.“
Ziel ist es, dass so lange immer wieder Steine übersprungen werden, bis möglichst wenige übrig bleiben. Bleibt nur einer übrig, ist das Spielziel erreicht.
Anschließend einen Probelauf durchführen, damit die Schüler die Regel und das Ziel vermittelt über die Handlung verstehen.
Kurzes Gespräch über die Anordnung der Kreise, damit das anschließende Herstellen des Spielfeldes auch jedem Schüler gut gelingt. Dann mit Hilfe einer Pappscheibe (aus Leitz-Ordnern) oder einer Schablone das Spielfeld ins Denkheft abzeichnen (Alternative: Kopie der Spielvorlage aus dem Zahlenbuch benutzen).
Info an die Schüler: „Spielt mehrmals! Spielt langsam. Versucht euch dann einen guten Weg zu merken.“
Wenn ein Kind einen Weg 3 mal gegangen ist (und jedes Mal nur ein Stein übrig bleibt), zeigt es diesen seinem Nachbarn oder der Lehrerin. Ist dies erfolgreich, so wird das Spielfeld um eine Reihe Kreise erweitert und nach den gleichen Spielregeln auf dem erweiterten Plan gespielt (oder er wird aufgefordert noch einen anderen Weg zu suchen).
Nach ca. 20 Minuten Spielzeit findet eine Reflexion der unterschiedlichen Strategien an der Tafel statt. Die Schüler präsentieren ihre Wege und sprechen über ihren Lernprozess, über gefundene Strategien, aber auch über Probleme und Sackgassen.
Am Schluss können die Kinder ihren Spielplan schön gestalten und evt. auch laminieren.

4. Material in dieser Lernumgebung / Bezugsquelle

Anzahl	Name des Materials	Bezugsquelle
je Schüler 9	Wendeplättchen	Klett Verlag

Mit freundlicher Abdruckgenehmigung des Ernst Klett Grundschulverlags GmbH, Leipzig 1998

Ergebnis unserer Arbeit war, dass wir Arbeitsmappen für die Spielegruppen mit entsprechend formulierten Lernumgebungen und natürlich auch mit dem nötigen Material zusammengestellt haben, die dann ausgeliehen werden können. Dazu gehörte natürlich auch ein Ausleihplan.

Wir haben unsere Themenkiste „Denkschule“ auf der Mathematikfachkonferenz vorgestellt, mit allen Kolleginnen „gespielt“ und unsere Erfahrungen reflektiert. Dies hat auch die Kollegen, die noch nicht bei SINUS mitarbeiten, angesprochen und motiviert, mit unseren Vorschlägen zur Unterrichtsgestaltung neue Erfahrungen zu machen.

Natürlich spielte auch die Information über Ausleihmöglichkeiten eine wichtige Rolle. Jede Kollegin weiß jetzt auch darüber Bescheid, wo die Themenkiste deponiert ist und wer sie verwaltet – eine Kollegin aus unserer SINUS-Schulgruppe.

Ein Erfahrungsbericht: Die Themenkiste während der Projektwoche im Einsatz

Im November 2012 widmeten wir uns eine ganze Woche dem Fach Mathematik im Rahmen einer SINUS-Projektwoche. „Mathematik ist mehr als Rechnen!“ lautete das Motto; ganz im Sinne der SINUS-Transfer-Arbeit, bei der die Schülerinnen und Schüler in verschiedenen Stationen mathematische Momente in ihrem Leben entdecken und qualitative neue mathematische Erfahrungen sammeln konnten.

Mehr als 20 Projektthemen wurden mit den Schülerinnen und Schülern jahrgangsübergreifend (1/2 & 3/4) und jahrgangshomogen (5. & 6. Klasse) bearbeitet. Durch die Jahrgangsmischung und die Wahl von „guten Aufgaben“ hatten die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit, voneinander zu lernen, miteinander über Mathematik zu sprechen und darüber hinaus die Themen aus unterschiedlichen Perspektiven und Ansatzpunkten problemorientiert anzugehen. Den Abschluss der Projektwoche bildete am letzten Tag die Präsentationszeit. In dieser Unterrichtsstunde gab es einen Austausch mit einer anderen, jahrgangsalteren Klasse. Die Schülerinnen und Schüler stellten sich gegenseitig eine Aufgabe bzw. ein Ergebnis vor. Im Rahmen der Aufgabe konnten sich bspw. Flex-JüL-Tandems finden, die anschließend die Aufgaben und damit auch Materialien gemeinsam ausprobierten. Dabei entstanden wiederum neue Situationen für die Schülerinnen und Schüler, die mitunter von den vermeintlich Kleineren angeleitet und korrigiert wurden.

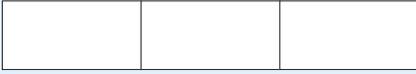


Die Kinder der Flex-Klassen beispielsweise durchliefen folgende Stationen: „Schiebespiele“, „Geschenkeverpacken“, „Wassermassen“, „Sockenmonster“, „Tetris“, „Flächen an Stationen“, „Spieglein, Spieglein“ und „Zahlen mit dem ganzen Körper“.

Bei der Station „Spieglein, Spieglein“ wurden Aufgaben und Material aus der Themenkiste „Muster & Strukturen“ ausprobiert. Zuerst zauberten wir im Sitzkreis mit einem großen Spiegel Kinder oder Gegenstände länger, breiter, doppelt oder ganz weg.



Danach durfte jeder als Entdecker mit einem kleinen Handspiegel Gegenstände im Raum finden, die man vergrößern, verkleinern und sogar ganz verändern konnte. Die Ergebnisse stellten sich die Forscher anschließend im Kreis vor, wodurch es zu einer ersten eigenen Versprachlichung der für die Aufgabe wichtigen Begriffe kam. Schließlich wurde an einfachen geometrischen Formen geforscht, wie z. B.:

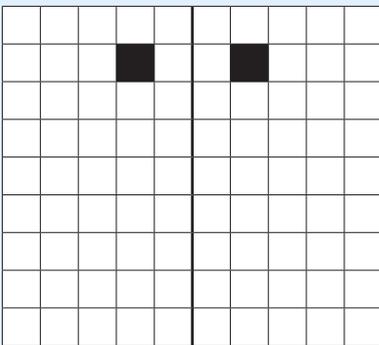


Mithilfe des Spiegels bildeten sie neue Formen:



und fanden und begründeten die Anlegestelle des Spiegels.

Begriffe wie Original und Spiegelung wurden beiläufig erarbeitet. Abschließend wurde mithilfe eines Spiegel-Spiels auf die Spiegelsymmetrie spielerisch Bezug genommen. In Partnerarbeit entstand sukzessive eine spiegelsymmetrische Figur.



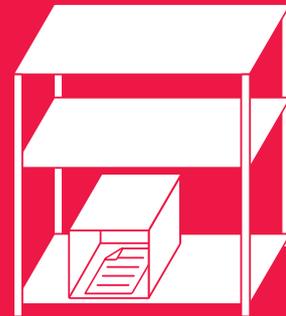
Zum Schluss wurden die Spiegel-Werke an der Tafel gesammelt und begutachtet. Durch Einsatz verschiedener Farben entstanden interessante Muster und Bildkompositionen, die wiederum zum Kommunizieren untereinander anregten.

→ Kompetenzorientiert unterrichten – 34 Aufgaben zur Förderung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen im 2. Schuljahr.
Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung (Hrsg.), 2009, S. 13 und 21



3

Von der Themenkiste zur Mathematikwerkstatt



Die Einrichtung einer Mathematikwerkstatt stellt eine Weiterentwicklung der Arbeit mit Themenkisten dar. Wenn die Schule bereits Themenkisten für den Mathematikunterricht entwickelt hat, ist der erste Schritt zur Einrichtung einer Mathematikwerkstatt bereits getan. Statt eine Themenkiste mit in die eigene Klasse zu nehmen und dort den Unterricht durchzuführen, kann das Material aus der Kiste in der Mathematikwerkstatt aufgebaut werden..

Auf diese Weise sind Themenkisten ein wichtiges Element in einer Mathematik-Werkstatt.

3.1 Eine Mathematikwerkstatt – was ist das?

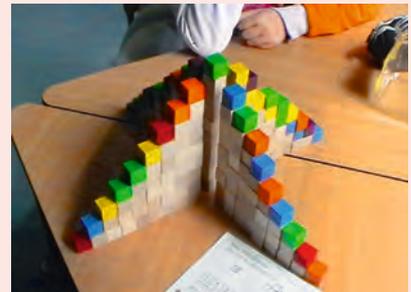
Eine Mathematikwerkstatt ist ein Raum für Mathematik.

- Er steht der ganzen Schule zur Verfügung, um dort auf besondere Art Mathematik zu betreiben – besonders deswegen, weil die Schülerinnen und Schüler hier an vorbereiteten Lernarrangements arbeiten können, die in dieser Form in der Klasse nicht oder nur mit erheblich höherem Aufwand durchführbar wären.
- Er macht durch Aufbau, Gestaltung und Ausstattung neugierig auf Mathematik, regt an und motiviert. Es ist ein Raum, in dem Mathematik Spaß macht und der ermutigt, über Mathematik ins Gespräch zu kommen und mathematische Begriffe und Zusammenhänge zu entdecken; ein Raum, wo man Mathematik mit vielen Sinnen und handelnd erfahren kann.
- Dort hat das Mathematik-Material der Schule seinen Platz und ist verlässlich zu finden, speziell aber das besondere Material, das nicht zur Grundausstattung der Klassen gehört, weil es zu teuer oder zu groß ist oder nur selten benutzt wird.
- Er ist so ausgestattet, dass sich dort mit wenig Aufwand Lernarrangements aufbauen lassen und der entsprechende Unterricht mit Schülergruppen durchführen lässt.

Hier einige „Blitzlicht-Aufnahmen“ der Unterrichtsarbeit in Mathematik-Werkstätten:



↑ An Stationen stellen Kinder einer JÜL-Gruppe auf verschiedenen Wegen Spiegelbilder her. Die Arbeitsergebnisse werden am Schluss präsentiert.



↑ Kinder der Klassenstufe 5/6 bauen Treppen aus Holzwürfeln und versuchen, Muster in der Anzahl der verwendeten Würfel zu erkennen.



← Schüler einer JÜL-Klasse arbeiten an Stationen zum Thema „Geometrische Figuren“.

→
Hier werden aus vier gleichschenkligen Dreiecken verschiedene andere Figuren gelegt.



Wie schon aus diesen Fotos ersichtlich, können Mathematikwerkstätten und der dort stattfindende Mathematikunterricht sehr verschieden aussehen.

Anregungen für weitere Lernarrangements in einer Mathematikwerkstatt

- Eine Stationenarbeit ist aufgebaut, die Entdeckungen und Erfahrungen zu einem gemeinsamen Thema ermöglicht (z.B. Spiegelbilder herstellen)
- Karteiarbeit (z.B. Blitzrechnen-Kartei für alle Jahrgangsstufen)
- Freiarbeitsecke (z.B. mit Konstruktionsmaterialien, Knobelaufgaben, ...)

Mathematikwerkstätten haben viele Facetten. Jede Mathematikwerkstatt hat andere Schwerpunkte und ihren eigenen Charakter, abhängig von den Bedingungen vor Ort und den Zielsetzungen.

Wichtige Ausstattungsmerkmale, die sich in vielen Mathematikwerkstätten finden lassen

- Einteilung in verschiedene Bereiche (Ecken), z.B. nach Themenbereichen des Rahmenlehrplans
- Eine Möglichkeit, die Aufmerksamkeit der Schülerinnen und Schüler zu fokussieren (Tafel; Sitzkreis mit Präsentationsteppich; interaktives Whiteboard)
- Möglichst variables Mobiliar (Regale auf Rollen, stapelbare Hocker, ...), um den Raum verschiedenen Ansprüchen anzupassen
- Materialschränke (offen, geschlossen)
- Freiarbeitsecke
- Möglichkeiten, Arbeitsergebnisse zu präsentieren (Pinnwand, Whiteboard, Ausstellungstisch, ...)

↓ Mathematikwerkstatt der Carl-Orff-Grundschule



↓ Mathematikwerkstatt der Reinhold-Otto-Grundschule



↑ Mathematikwerkstatt der Karlsgarten-Grundschule

Ziele

Welche Ziele verfolgt man mit der Einrichtung einer Mathematikwerkstatt?

- Handlungsorientierung/Ermöglichen von praktischen Erfahrungen
- Einbeziehung vieler Sinne (und Bewegung)
- Ausprobieren, mit Dingen hantieren, etwas herstellen
- Experimentieren, Entdecken, Problemlösen
- Selbsttätigkeit
- Binnendifferenzierung
- Erhöhung der Motivation für Mathematik

Die Arbeit in der Mathematikwerkstatt entspricht den Inhalten des Rahmenlehrplans. Sie ist kein zusätzlicher, sondern integrierter Bestandteil des Mathematikunterrichts. Neben den inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen fördert die Arbeit in der Mathematikwerkstatt insbesondere die allgemeinen, prozessbezogenen Kompetenzen.

Chancen

Welche Vorteile bringt das Unterrichten in einer Mathematikwerkstatt?

Der Raum fokussiert auf Mathematik und motiviert für Mathematik!

- Mit dem Aufsuchen des Raumes ist klar: Hier geht es um Mathematik.
- Mathematik wird anregend präsentiert.
- Die Schülerinnen und Schüler erfahren Mathematik hier als etwas Besonderes.

Der vorbereitete Raum erleichtert die Durchführung guten Unterrichts.

- Fertig vorbereitete Lernarrangements (Stationenarbeit, Themenkisten etc.) können mit geringem Aufwand und wenig Vorbereitung genutzt bzw. aufgebaut werden.
- Einmal vorbereitete Lernarrangements können mehrfach und von vielen Klassen benutzt werden.
- Die Lernarrangements unterstützen die Schülerinnen und Schüler dabei, selbstständig zu arbeiten. Dadurch bleibt dem Lehrenden Zeit für Beobachtungen oder die Unterstützung einzelner Schülergruppen.

Die Ausstattung der Mathematikwerkstatt erleichtert die Unterrichtsvorbereitung.

Das Material ist vor Ort:

- Es ist verlässlich vorhanden, schnell auffindbar, greifbar auch in erforderlicher Menge.
- Es muss also nicht erst mühsam beschafft, transportiert und wieder zurückgebracht werden.

Das Material entspricht Qualitätskriterien:

- Es ist motivierend, hat Aufforderungscharakter.
- Es ist weitgehend selbsterklärend und ermöglicht reichhaltige Erfahrungen.
- Es ist geeignet, Problemlösestrategien zu initiieren, und fördert den Aufbau mathematischer Denkstrukturen.

Der Raum ist funktional gestaltet und bietet Platz, der für Mathematik reserviert ist.

- Nicht-Mathematisches muss nicht erst beiseite geräumt werden.
- Vorbereitete Lernarrangements können aufgebaut bleiben, um von anderen weiter benutzt werden zu können.

- Es gibt Platz, um Material zu zeigen und einzuführen bzw. Arbeitsergebnisse zu präsentieren und zu diskutieren.
- Lernecken strukturieren den Raum und ermöglichen paralleles Arbeiten an verschiedenen Angeboten.

Das Einrichten einer Mathematikwerkstatt als Instrument zur Unterrichtsentwicklung

Die Einrichtung einer Mathematikwerkstatt unterstützt die Schule auf dem Weg zu einer nachhaltigen Verbesserung des Mathematikunterrichts.

- Die Einrichtung und Nutzung einer Mathematikwerkstatt gibt der Weiterentwicklung und Erprobung guten Mathematikunterrichts in der Schule ein Zentrum. Ein breiter Austausch unter den Mathematik unterrichtenden Kolleginnen und Kollegen wird initiiert. Aufgabenstellungen und Lernarrangements werden entwickelt, erprobt und reflektiert. Gegebenenfalls werden Veränderungen vorgenommen oder Ergänzungsvorschläge aufgenommen. Die Mathematikwerkstatt befindet sich also in einem ständigen Prozess der Weiterentwicklung.
- Das Einrichten einer Mathematikwerkstatt kann nur in Teamarbeit gelingen. Die Zusammenarbeit der Lehrkräfte wird gefördert und auf ein gemeinsames Ziel gelenkt.
- Die gemeinsame Nutzung der Mathematikwerkstatt bündelt Ressourcen. Gute Unterrichtsvorbereitungen werden klassenübergreifend genutzt.
- Guter Mathematikunterricht wird an der Schule nachhaltig etabliert in Form eines funktionierenden Raumes mit hervorragendem Material, Lernumgebungen, Themenkisten usw.
- Der Mathematikunterricht erfährt ganz allgemein eine Aufwertung und stärkt die Profilbildung der Schule.

Herausforderungen

Die Bedingungen, unter denen Schule funktionieren soll, sind nicht einfach und haben sich in den vergangenen Jahren stark gewandelt.

Veränderte Lebenswelt

Heutzutage fehlen vielen Kindern und Jugendlichen vielfältige sinnliche Erfahrungen im Hantieren mit Dingen. Diese Erfahrungen sind aber unverzichtbare Voraussetzung für viele Begriffsbildungs- und andere Entwicklungsprozesse. Werkstattarbeit kann eine Antwort sein auf eine veränderte Lebenswelt, in der Kinder und Jugendliche Vieles nur über die Medien aufnehmen.

Veränderte Schule

Auch die Schule selbst hat sich verändert und neue Aufgaben zu erfüllen. Stichworte dazu sind: Inklusion, jahrgangsübergreifender Unterricht, Kompetenzorientierung. In einer entsprechend vorbereiteten Mathematikwerkstatt können für diese vielfältigen Ansprüche gute Angebote bereitstehen.

Der Aufbau einer Mathematikwerkstatt als langfristiger Prozess

Wenn die Mathematik unterrichtenden Kolleginnen und Kollegen sich dafür entschieden haben, eine Mathematikwerkstatt einzurichten, dann sollten sie sich bewusst sein, dass deren Aufbau und Pflege ein komplexes Vorhaben ist, unterschiedliche Ressourcen beansprucht und eine gute Planung und viele Absprachen erfordert. Was im Einzelnen nötig ist und wie man vorgehen kann, wird im folgenden Kapitel detailliert ausgeführt.

3.2 Schritte zur Einrichtung einer Mathematikwerkstatt

Ein Raum ist frei. Einige Lehrkräfte haben die Idee, dort ein kleines Mathe-Projekt aufzubauen. Der Raum wird „bestückt“ mit Material aus einer Themenkiste. Klassen kommen und probieren das Ganze aus. Der Raum – einmal vorbereitet – kann von vielen Klassen benutzt werden.

Das könnte die Initialzündung sein, um eine Mathematikwerkstatt einzurichten. Kolleginnen und Kollegen können erste Erfahrungen sammeln und den Nutzen des Raumes unmittelbar erleben. Sie können sich über die gemachten Erfahrungen austauschen. Was hat gut geklappt? Was hat nicht funktioniert und weshalb? Was könnte man verändern, verbessern?

Neue Elemente kommen nach und nach hinzu, werden immer wieder erprobt und miteinander besprochen, um schließlich optimiert und als gemeinsame Errungenschaft im Raum einen dauerhaften Platz zu finden.

Die Mathematikwerkstatt wächst, bekommt neue Facetten. Nie ist sie wirklich fertig, sondern lebt von der Kompetenz, Kreativität und dem Engagement der sie gestaltenden und benutzenden Personen. Viele Kolleginnen und Kollegen sollten mitmachen, Interesse haben, sich beteiligen, mitdenken, den Raum nutzen und auch Verantwortung übernehmen. Dann kann sich das Potential, das sich der Schule mit dem Einrichten einer Mathematikwerkstatt bietet – nämlich zur nachhaltigen Weiterentwicklung „guten“ Mathematikunterrichts – entfalten.

Es gibt viele Wege eine Mathematikwerkstatt aufzubauen. Immer aber wird es ein Wechselspiel zwischen konzeptionellen Überlegungen und Erprobungsphasen geben müssen, denn nicht alles kann im Vorhinein bedacht werden. Andererseits braucht ein so komplexes Vorhaben natürlich eine intensive Planung und ein gutes Konzept. Dieser Leitfaden kann dafür zwar kein Rezept geben, benennt aber die wichtigsten Aspekte, die zu beachten sind – auf dem Weg zu einer Mathematikwerkstatt, die auf die Bedürfnisse und Möglichkeiten der jeweiligen Schule abgestimmt ist.

Wie beginnen?

Eine möglichst feste Gruppe steuert die Entwicklung der Mathematikwerkstatt und tauscht sich regelmäßig über den Fortgang des Projekts aus. Frühzeitig sollte man sich der Unterstützung durch die Schulleitung versichern.

Um weitere Kolleginnen und Kollegen zu gewinnen, braucht man Argumente. Sie wollen wissen, wie sie die Mathematikwerkstatt nutzen können und welche Vorteile dies hat. Argumentationshilfen hierzu finden sich in Kapitel 3.1. Ein Besuch bereits vorhandener Mathematikwerkstätten an anderen Schulen kann an dieser Stelle hilfreich sein, um konkretere Vorstellungen zu gewinnen und die Kolleginnen und Kollegen zu begeistern.

In der Fachkonferenz muss das Thema Mathematikwerkstatt regelmäßig auf der Tagesordnung stehen. Dabei werden neue gute Materialien und konkrete Lernarrangements aus der Mathematikwerkstatt vorgestellt, gemeinsam erprobt und diskutiert. Dadurch erfahren die Kolleginnen und Kollegen, welche Möglichkeiten sich ihnen und ihren Schülerinnen und Schülern durch das Arbeiten in der Mathematikwerkstatt ergeben. Nur wenn die Lehrkräfte eine klare und konkrete Vorstellung davon haben, wie sie mit ihrer Klasse in der Mathematikwerkstatt gewinnbringend Unterricht durchführen können, werden sie bereit sein sich an dem Projekt zu beteiligen.

Auf lange Sicht ist eine breite Basis von Kolleginnen und Kollegen, die den Raum gerne nutzen, nötig. Auf keinen Fall darf das Einrichten einer Mathematikwerkstatt eine Angelegenheit Einzelner bleiben. Weder wäre das leistbar, noch im Sinne einer nachhaltigen Wirkung der Mathematikwerkstatt wünschenswert.

Das Einrichten einer Mathematikwerkstatt ist ein Projekt, das insbesondere von den Mathematik unterrichtenden Kolleginnen und Kollegen, aber darüber hinaus auch von der Schule als Ganzem getragen werden muss.

Frühzeitig wird deshalb in den schulischen Gremien über das Vorhaben informiert bzw. für das Vorhaben geworben. Alle Gremien der Schule werden sodann fortlaufend über den Entwicklungsstand des Projekts informiert und in den Entwicklungsprozess einbezogen.

Ressourcen

Die Einrichtung und der Betrieb einer Mathematikwerkstatt ist ein Projekt, das viele Ressourcen, viel Abstimmung und Planung erfordert.

Folgendes braucht man auf dem Weg:

Engagierte Kolleginnen und Kollegen	Besonders am Anfang braucht man einen Kern von engagierten Mitstreiterinnen und Mitstreitern, die das Projekt anschieben.
Einen Raum	Der Raum muss langfristig für Mathematikunterricht zur Verfügung stehen.
Ein inhaltliches Konzept	Hier muss erkennbar sein, worin der Mehrwert der Mathematikwerkstatt im Vergleich zum Klassenunterricht besteht.
Unterstützung durch die Schulleitung	Die Schulleitung muss die Chance erkennen, die die Einrichtung einer Mathematikwerkstatt darstellt, und nach Möglichkeit Ressourcen bereitstellen.
Personelle Ressourcen	An welcher Stelle können Kolleginnen und Kollegen entlastet werden, die den Aufbau der Mathematikwerkstatt vorantreiben? Die Aufgaben und Verantwortlichkeiten sollten möglichst bald auf viele Schultern verteilt werden.
Breiten Rückhalt im Kollegium	Deshalb sollten die schulischen Gremien regelmäßig informiert und einbezogen werden.
Gute (bzw. gut aufbereitete) Unterrichtsmaterialien	Was ist bereits vorhanden und für die Mathematikwerkstatt geeignet? Was muss ergänzt und neu angeschafft werden?
Möbel	Raumkonzept
Finanzen	Ein eigener Etat sollte für die Mathematikwerkstatt reserviert werden – für den Anschub, aber auch für Ergänzungen zum schrittweisen Ausbau. Kann evtl. der Förderverein mitfinanzieren? Können Sponsoren gewonnen werden?
Eine Zeitplanung	Eine realistische Zeitplanung hilft, das große Projekt mit Meilensteinen in kleinere Ausbauschnitte zu unterteilen und so Kräfte zu bündeln, aber auch mit den eigenen Kräften zu haushalten.
Einen langen Atem	Der Aufbau einer Mathematikwerkstatt ist ein langfristiges Projekt. Die nötigen Ressourcen müssen langfristig bereitstehen.

Inhaltliches Konzept

Es ist hilfreich, sich vorab über die folgenden Punkte zu verständigen:

Was braucht unsere Schülerschaft besonders?

- Wo sehen wir besondere Defizite?
- Wo sehen wir besondere Chancen des Werkstatt-Unterrichts?

Welche Arbeitsformen bieten sich zur Umsetzung in der Mathematikwerkstatt besonders an? Welche Art von Unterricht soll dort stattfinden?

Hier ein Katalog mit Anregungen:

- gebundener Unterricht an gemeinsamen Lernumgebungen oder Themenkisten,
- Lernen an Stationen,
- Freiarbeit,
- Karteiarbeit,
- individuelle Lernwege.

Wie sollen Werkstatt-Unterricht und Klassenunterricht miteinander verzahnt werden?

Dafür bieten sich mehrere Möglichkeiten an:

- In der Mathematikwerkstatt sind Lernumgebungen aufgebaut, die einen *konkreten Lernschritt innerhalb einer Unterrichtseinheit* thematisieren (z.B. zur Einführung des Stellenwertsystems als Teilaspekt der Zahlraumerweiterung).
- In der Mathematikwerkstatt stehen Stationsarbeiten/ Übungszirkel etc. mit *Bezug auf mathematische Inhalte, die viele Klassen gerade im Unterricht behandeln* (z.B. zur Zahlraumerweiterung am Schuljahresbeginn).
- In der Mathematikwerkstatt werden Themen *unabhängig vom gerade laufenden Klassenunterricht* angeboten (z.B. zu einem Geometriethema).
- In der Mathematikwerkstatt werden Angebote zur *Förderung bestimmter Schülergruppen* aufgebaut.

Die sorgfältige Analyse dieser Aspekte gibt wichtige Anhaltspunkte für die inhaltliche Ausrichtung der Mathematikwerkstatt. Innerhalb dieses Spannungsfeldes sind viele verschiedene Schwerpunktsetzungen denkbar.

Beispiele für Schwerpunktsetzungen:

- Eine Schule sieht besonderen Bedarf darin, die Mathematikwerkstatt bei der Einführung neuer Themenbereiche zu nutzen, um den Schülerinnen und Schülern eine breite Anschauungsbasis für die neuen Begriffe zu ermöglichen (z.B. bei der Einführung eines neuen Größenbereiches, bei der Einführung von Brüchen oder der Zahlraumerweiterung).
- Eine andere Schule möchte vor allem geometrische Themen in der Mathematikwerkstatt umsetzen, da diese im Unterricht zu kurz kommen und relativ unabhängig vom Unterricht in den Klassen laufen können.

Schwerpunktsetzungen helfen dabei, die Mathematikwerkstatt nicht zu einem Sammelsurium unterschiedlichster Ideen werden zu lassen. Sie helfen dabei, sich zu fokussieren und auf bestimmte Entwicklungsbereiche zu einigen. So kann man gezielt nach Umsetzungsmöglichkeiten, geeigneten Materialien etc. suchen und läuft nicht Gefahr, sich in der Vielfalt zu verlieren.

Gerade in der Aufbauphase einer Mathematikwerkstatt ist dies wichtig, um sich nicht zu überfordern und um erste Erfahrungen zu sammeln.

Es ist sinnvoll, die Mathematikwerkstatt so Stück für Stück, Schritt für Schritt aufzubauen. Nach jedem Ausbauschnitt ist es wichtig zu analysieren, was sich bewährt hat und weiter verfolgt wird bzw. was nicht so gut funktioniert hat und verändert werden sollte. Auf dieser Erfahrungsgrundlage kann man fundiert entscheiden, wie man weiter vorgeht.

Welche Schwerpunkte setzen wir uns für den nächsten Ausbauschnitt unserer Mathematikwerkstatt?

- Was hat sich gut bewährt und kann noch ausgeweitet werden?
- Wodurch treten Probleme auf und muss entsprechend verändert werden?
- Welcher inhaltliche Schwerpunkt soll als nächstes in der Mathematikwerkstatt ausgebaut werden?
- Warum wählen wir diesen Schwerpunkt? Welchen Anforderungen aus dem Rahmenlehrplan wollen wir entsprechen?
- Für welche Klassenstufen soll der Schwerpunkt angeboten werden?
- Welche Lernumgebungen oder Themenkisten gibt es bereits an der Schule zu diesem Inhaltsbereich? Welche wollen wir noch entwickeln?
- Welche Materialien werden dafür benötigt? Welche davon sind bereits an der Schule vorhanden bzw. müssen bei der nächsten Bestellung berücksichtigt werden?

Raumkonzept

Eine Mathematikwerkstatt sollte klug in verschiedene Bereiche unterteilt und mit möglichst multifunktionalen Möbeln ausgestattet sein, damit sie Platz für die unterschiedlichen Unterrichtsformen bzw. Arbeitsphasen bietet und ohne großen Aufwand für verschiedene Zwecke umgebaut werden kann.

Eine Mathematikwerkstatt wird von vielen verschiedenen Schülergruppen, Kolleginnen und Kollegen genutzt. Sie braucht eine übersichtliche klare Struktur und Ordnung, damit sich alle gut zurechtfinden und mithelfen können die Ordnung zu erhalten.

Schön ist es natürlich, einen möglichst großen Raum zu haben (idealerweise noch mit einem Nebenraum für die Materialsammlung), so dass die Mathematikwerkstatt auch von einer ganzen Klasse genutzt werden kann. Wenn nur ein kleinerer Raum zur Verfügung steht, kann die Mathematikwerkstatt mit Teilungsgruppen oder Fördergruppen genutzt werden.

Einige Anregungen zur Gestaltung des Raumes:

- Einteilung des Raumes in Bereiche mit Themenschwerpunkten des Rahmenlehrplans – sogenannte Themenecken
- Einteilung in Funktionsbereiche zur Unterstützung der Unterrichtsphasen:
 - Einführung: Tafel, Präsentationsteppich, ...
 - Arbeitsphase: Gruppentische, Tische für Stationen, ...
 - Präsentation: Platz, um sich gegenseitig die Arbeitsergebnisse vorzustellen und sich darüber zu auszutauschen, Platz für Ausstellungen, ...

- Flexible, multifunktionale Einrichtung, um den Raum schnell passend umgestalten zu können:
 - Raumeinteilung: Raumteiler, Stellwände, Regale auf Rollen, ...
 - Aufbewahrung: offene oder geschlossene Schränke, Regale, Tische, Ausstellungswand, ...
 - Sitzen: stapelbare Hocker, bewegliche Bänke, Sitzkissen, ...
 - Arbeiten: Dreieckstische oder Einzelplatztische, die sich leicht zu Gruppen zusammenschieben lassen; Einbeziehen der Bodenfläche und der Wände (z. B. durch das Einrichten von kleinen Arbeitsflächen am Boden auf kleinen Teppichen, durch das Einbeziehen von Wandtafeln, durch das Nutzen von Arbeitsflächen, an denen man steht oder hockt), Schreibunterlagen, Legetablets, ...
 - Präsentieren: Tafel, Präsentationsteppich, interaktives Whiteboard, Whiteboard, Flipchart, OH-Projektor, Pinnwand, ...

- Übersichtliche Raumorganisation:
 - Kenntlichmachung der Bereiche (z. B. durch die Farbgebung, Plakate, ...)
 - Raumplan mit einer Grundordnung,
 - eindeutige Zuordnung von Material und Standort (Beschilderung, Fotos, Signatur)

- Wo wird etwas offen zugänglich gemacht bzw. präsentiert?
 - Freiarbeitsbereich, Präsentationsbereiche

- Was bleibt verschlossen?
 - Fundus/Sammlung.

- Schmückende Elemente:
 - Plakate, große mathematische Objekte, Eingangsschild, Wandschmuck, Deckenschmuck

Als Beispiel das Raumkonzept in der Mathematikwerkstatt der Karlsruher-Grundschule



Themenecke:
Raum & Form



Einbeziehung
des Bodens als
Arbeitsfläche



Themenecke:
Zahlen & Operationen

Arbeitsplätze mit Stationen des
aktuell aufgebauten Projekts

Sitzkreis mit Präsentationsteppich
und beweglichen Bänken

Blick von hinten



Themenecke:
Größen & Messen

Themenecke:
Raum & Form

Blick vom Eingang aus

Karteien

Freiarbeitsmaterial

Schrank:
halb offen /
halb ge-
schlossen

Bodenfläche
wird genutzt.



Beidseitig offene Regale
auf Rollen als Raum-
teiler – auch nutzbar als
Steharbeitsplätze oder
Ausstellungsflächen

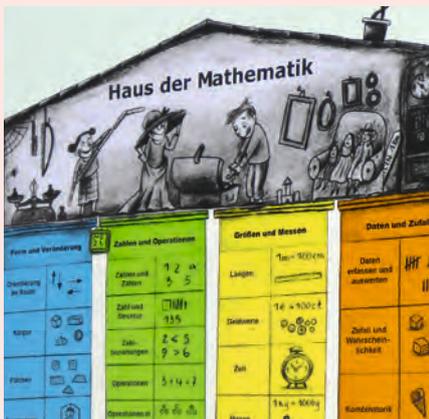
Organisatorisches

In einer Mathematikwerkstatt wird es bestimmte Regeln geben müssen, damit der Raum seiner Funktionalität entsprechend genutzt wird und diese Funktionalität und Ordnung auch erhalten bleiben. Wichtig ist vor allem, eine Person (oder vielleicht auch mehrere) zu benennen, die sich verantwortlich für den Raum fühlt und bei der die Fäden zusammen laufen.

Hier einige Anregungen, woran man denken sollte:

- Verantwortlichkeiten regeln
 - einzelne Personen/alle ... wofür?
 - Struktur für Kommunikation schaffen (Mitteilungsbuch, regelmäßige Absprachen)
- Regeln für den Raum festlegen
 - insbesondere: Wie können *alle* Nutzerinnen und Nutzer mithelfen, die Ordnung des Raumes zu erhalten
 - weitere Verhaltensregeln (z. B. Flüstersprache)
- Katalogisierung des Materials (Beschriftung, Material-Kartei, Excel-Tabelle)
- Ausleihregeln (Ausleihbuch, Kartei, Kontrolle durch wen?)
- Raumbelugung regeln (fester Stundenplan, Eintragen in einem Raumkalender)

Dazu Beispiele aus der Mathematikwerkstatt der katholischen Grundschule St. Marien:



↑ Das „Haus der Mathematik“ wird hier als Ordnungssystem genutzt. Die Bereiche der Werkstatt sind mit dem entsprechenden Ausschnitt des Hauses gekennzeichnet.



↑ Beschriftete Aufkleber auf den Regalbrettern markieren den Platz der Materialien. Wenn eine Klasse ein Material ausleihen möchte, wird ein kleiner Aufsteller mit dem Klassennamen an den entsprechenden Platz im Regal gestellt. Für die anderen Werkstattnutzer ist dadurch sofort sichtbar, dass und durch wen das Material ausgeliehen wurde.

Geeignete Lehr- und Lernmittel

In einer Mathematikwerkstatt sollen die Schülerinnen und Schüler hantieren, ausprobieren, experimentieren, Erfahrungen machen. Hierfür eignen sich bestimmte Unterrichtsmaterialien, die sich in der benötigten Anzahl wegen der Größe oder des Preises nicht für jeden Klassenraum anschaffen lassen.

Außerdem ist sehr von Vorteil, wenn das Material so gestaltet ist, dass Schülerinnen und Schüler leicht erkennen können, was damit getan werden soll. Welche Unterrichtsmaterialien eignen sich dafür in besonderer Weise?

Letztendlich wird natürlich die Art der Verwendung darüber entscheiden, wie sinnvoll und geeignet ein Unterrichtsmaterial im Einzelfall ist. Hier eine „Checkliste“ für Material:

- Hat es Aufforderungscharakter? (z.B. durch seine Größe oder durch die vorhandene Menge)
- Spricht es die Sinne an? (Tastsinn, Bewegung, Ästhetik, ...)
- Lädt es zum Handeln ein?
- Lässt es eigene Lernwege zu?
- Lädt es zu Beobachtungen/Entdeckungen ein?
- Lässt es sich multifunktional verwenden?
- Bildet es die mathematische Struktur gut ab?
- Ist es weitgehend selbsterklärend?
- Lässt es sich auf unterschiedlichen Schwierigkeitsstufen bearbeiten? (z.B. durch das bewusste Nutzen oder bewusste Weglassen bereitstehender Hilfen)
- Bietet es Möglichkeiten zur Selbstkontrolle?

Lernarrangements

Eine Mathematikwerkstatt ist ein anregender Raum. Naturgemäß gehen von so einem Raum viele verschiedene Reize aus. Der Überblick kann schnell verloren gehen.

Wie kann man die Konzentration lenken?

Wie lassen sich Materialien oder Lernangebote so präsentieren, dass sie wahrgenommen werden und darüber hinaus unmittelbar zum Handeln auffordern (etwa in einem Freiarbeitsbereich)?

An einem Beispiel (aus der Karlsgarten-Grundschule) werden hierzu einige Aspekte verdeutlicht:



← Schrank in der Themenecke „Form und Veränderung“

Auf der rechten Seite wurde die Schranktür ausgehängt, um dort Lernangebote zum Thema „Geometrische Figuren“ zu präsentieren, die die Schülerinnen und Schüler ansprechen und zum Tun auffordern.

Hinter der linken Schranktür befinden sich weitere Materialien, die zu einem späteren Zeitpunkt präsentiert werden können, jetzt aber verstaut sind, um nicht zu viel auf einmal anzubieten.

Bei der Präsentation der Lernangebote wurde auf die folgenden Aspekte geachtet:

- Jedes Lernangebot hat einen eigenen, gut sichtbaren Platz (nicht zu eng, optisch abgegrenzt).
- Beschriftungen am Material und am Platz machen die Zuordnung eindeutig.
- Kurze Texte – teilweise ergänzt durch ein aussagekräftiges Bild – und appellative Formulierungen (z.B. in Form einer Rätselaufgabe) machen klar, worum es geht.
- Alles, was man für die Aufgabe braucht, liegt bereit. Mit Hilfe der Legetablets kann es leicht zum Schülerarbeitsplatz transportiert werden.

3.3 Ideen und Berichte aus den Schulen

Dunant-Grundschule, Steglitz-Zehlendorf Die Einrichtung des Mathelabors

Wir hatten die Möglichkeit, unser Mathelabor mit überwiegend neuen Möbeln einzurichten. Neben Schränken wurden neue Tische und Stühle ausgesucht. Dabei versuchten wir stets, die Möglichkeit zu schaffen, Schülerergebnisse in verschiedenen Formen präsentieren zu können

Verschiedene Präsentationsmöglichkeiten

Bei der Einrichtung des Mathelabors stand die Flexibilität im Vordergrund. Das Mathelabor sollte für alle Altersgruppen nutzbar sein und vielfältige Arbeits- und Präsentationsformen berücksichtigen sowie leicht zugängliche und transportable Arbeitsmaterialien bereitstellen.

Hohe Flexibilität bei der Möblierung

Bei der Bestellung sind wir von folgenden Überlegungen ausgegangen:

- vielfältige Nutzungsmöglichkeiten bei Tischen und Stühlen:
 - Hocker statt Stühlen für die Arbeit am Tisch oder im Kreis,
 - Dreieckstische ermöglichen ein schnelles Umbauen der Tische

- unterschiedliche Präsentationsformen:
 - Magnettafeln, Pinnwand, interaktives Whiteboard
 - offene und geschlossene Schränke

Schülerarbeitsplätze



↑ Blick in den Raum mit Schülerarbeitsplätzen



Das Mathelabor besteht aus zwölf Tischen, die schnell unterschiedlich zusammengestellt werden können. Die Dreieckstische sind rollbar und somit auch für die Schülerinnen und Schüler leicht umzustellen. Zu den Tischgruppen gehören jeweils zwei Hocker, die ebenfalls schnell umzustellen sind. Diese Hocker haben verschieden hohe Fußstützen, sodass alle Altersstufen bequem sitzen können. Es stehen zwölf weitere Hocker bereit, um zusätzliche Sitzgelegenheiten zu erhalten (z. B. für einen Kreis).



↑ Einzel- oder Partnerarbeitsplätze



↑ Kreisform

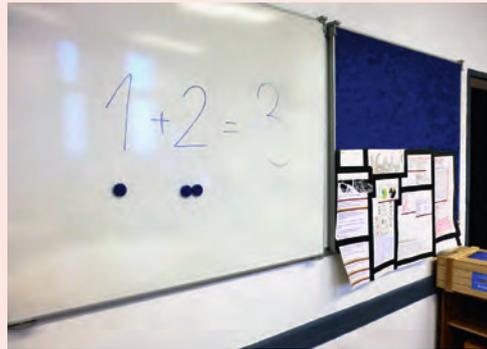


↑ Gruppenarbeitsplätze

Präsentationsmöglichkeiten



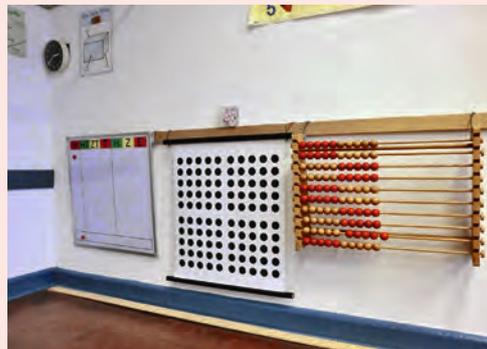
↑ Interaktives Whiteboard mit Pinn- und Dokumentenkamera



↑ Tafelsystem (Magnettafeln), dreh- und schiebbar

Eine Wandseite ist komplett mit dem Tafelsystem ausgestattet. An der anderen Seite steht der Schrank mit Whiteboard-Türen. An der dritten Seite befindet sich das interaktive Whiteboard mit der Dokumentenkamera.

Materialzugriff



↖ Regal mit Schubfächern
 ↑ Arbeitsmaterial
 ← Schiebetürenschränk

Das Mathelabor hat offene und geschlossene Schränke und Regale, um bestimmte mathematische Themenfelder sichtbar machen zu können. Die Materialien können durch Schiebetüren schnell geöffnet und geschlossen werden.

Offene und geschlossene Aufbewahrung

Die Materialien sind nach den vier mathematischen Leitideen sortiert: Zahlen und Operationen, Größen und Messen, Form und Veränderung, Daten und Zufall. Die Materialien sind alle katalogisiert. Fotos der Materialien weisen auf den Ablageplatz hin.

Kurt-Tucholsky-Grundschule, Mitte Unsere Mathematikwerkstatt in Betrieb

Es hat lange gedauert, aber unsere Mathematikwerkstatt ist jetzt endlich offiziell in Betrieb.

Aufbau der Werkstatt

Geschickte, flexible Einrichtung, um den kleinen Raum optimal zu nutzen.

Der Raum, der uns zur Verfügung gestellt wurde, ist relativ klein, sollte aber dennoch einer ganzen Klasse Raum und Möglichkeit zum Forschen geben. Deshalb entschieden wir uns, ihn so flexibel wie möglich zu gestalten. Stapelbare Hocker und Tische sowie Bords auf Rädern machen es möglich. Ein großes Wandregal ist fest eingebaut.



↑ fest eingebautes Regal



↑ Bords auf Rädern

So haben wir den Raum organisiert

Es wurden 4 Themenecken eingerichtet:

- Messen, Wiegen, Schätzen
- Entdecken mit Zahlen
- Bauen und Konstruieren
- Knobeln und Denken

Zur Präsentation dienen ein magnetisches Whiteboard sowie Haken zum Aufhängen von Arbeitsblättern.

Des Weiteren gibt es eine Ecke für Lehrkräfte. Hier können sie sich Literatur und Aufgaben ausleihen. Sie finden auch Ablagemöglichkeiten für Forscherhefte und andere Materialien.

Beispiele für Schüleraktivitäten

Die Schülerinnen und Schüler können auch individuell mathematische Fragestellungen bearbeiten. So nutzen sie sehr gerne Waagen, um Dinge zu schätzen, zu wiegen und zu vergleichen. An einem befestigten Maßband können sie gegenseitig ihre Körpergröße messen. Sie nehmen Kalendereinstellungen vor bzw. entdecken am Kalender mathematische Muster und Strukturen und zeichnen diese ein. Sehr beliebt ist unsere Weltzeitecke. Dort überlegen sie immer, was die Kinder in anderen Ländern gerade machen. Es gibt aber auch eine Ecke mit Bildern, an denen die Kinder spiegeln können und Symmetrien erforschen.



↑ Weltzeitecke

Nutzung des Raumes

Der Raum kann von allen Kolleginnen und Kollegen genutzt werden, die an der Einführung teilgenommen haben. Es hängt ein Plan aus, in dem feste Forscherstunden eingetragen sind. Es können sich aber auch Lehrkräfte eintragen, die nur hin und wieder in die Werkstatt wollen.

Materialien dürfen bis auf ganz wenige Ausnahmen nicht entliehen werden bzw. müssen mit einem Mitglied der SINUS-Gruppe abgestimmt und ins Ausleihheft eingetragen werden.

Materialien ausleihen?

Anfangs waren die Kolleginnen und Kollegen skeptisch, was eine Mathewerkstatt bringen soll und fanden es zum Teil auch müßig, an einer umfangreichen Einweisung teilnehmen zu müssen. Inzwischen erhalten wir nur positive Resonanz. Die Werkstatt wird reichlich genutzt.

Reaktion der Kolleginnen und Kollegen

Es hängen monatlich vier Lernumgebungen aus, damit die sich die Lehrkräfte damit vertraut machen können. Alle Aufgaben stehen ihnen außerdem in einem Ordner zur Verfügung.

Themenbeispiele

Einige Themen haben wir so aufbereitet, dass sie sofort als Stationsbetrieb/Themenkisten nutzbar sind.

- Denkschule Klasse 1/2 und 3/4
- Kleine Forscher entdecken Längenmaße
- Kleine Forscher entdecken Zeitmaße
- Kleine Forscher entdecken Gewichte
- Kleine Forscher entdecken das 1x1
- Zahlenschlossaufgaben
- Div. Würfelspiele
- Kombinatorik
- Wahrscheinlichkeit

In Arbeit sind:

- Somakiste
- Lernumgebung Geld
- Geometrie im Kopf

Die Kisten wurden bisher noch nicht genutzt. Wir sind noch am Überlegen, ob wir sie an Klassen ausleihen, da der Wunsch des Öfteren geäußert wurde. Sehr gerne werden Angebote in der Ecke „Denken und Knobeln“ genutzt. Hier hatten wir auch schon die ersten negativen Erfahrungen, denn die beliebtesten Spiele wurden mitunter sehr unordentlich hinterlassen. Sie wurden mit einem entsprechenden Vermerk 14 Tage lang entfernt und mit Fotos im Kollegium ausgewertet. So wurden Schülerinnen und Schüler, Kolleginnen und Kollegen zum achtsameren Umgang mit den Materialien sensibilisiert. Bewährt haben sich auch Tablett. So vermischen sich Kleinteile und Aufgabenkarten nicht so schnell untereinander.

Achtsamer Umgang aller Beteiligten mit den Materialien

Paavo-Nurmi-Grundschule, Marzahn-Hellersdorf
Der „Matheclub“ der Paavo-Nurmi-Grundschule

→ Zustand des Raumes
zu Beginn



Unterstützung bei der
Finanzierung

Am 15.06.2012 wurde an der Paavo-Nurmi-Grundschule der „Matheclub“ eröffnet. Möglich wurde dieses Projekt durch die Mitarbeit unserer Schule bei SINUS-Grundschule. Doch bis zur Eröffnung war es ein langer Weg. Zu Beginn des Schuljahres stand fest, dass wir einen ehemaligen Klassenraum zur Mathewerkstatt umbauen dürfen. Zunächst wurden nötige Renovierungsarbeiten wie die Verlegung des neuen Fußbodens und Malerarbeiten in Auftrag gegeben. Schon sah der Raum viel freundlicher aus. Doch nun begann erst die eigentliche Arbeit der SINUS-Schulgruppe, die einen Raum schaffen wollte, in dem sich Schülerinnen und Schüler intensiv mit mathematischen Fragestellungen auseinandersetzen können und die Lernarbeit durch anschauliches Material unterstützt wird. Der Förderverein der Schule sowie eine Firma spendeten Gelder für den Möbelkauf.

Raumeinteilung in Themen-
bereiche

Regale wurden so aufgestellt, dass der Raum in sechs verschiedene Bereiche geteilt wurde:

- Bauecke
- Zahlbereichserweiterung
- Brüche
- Größen und Messen
- Rechenfertigkeiten trainieren
- Diagnostik- und Förderecke

In der Förderecke befinden sich Kopfrechen- und Knobelaufgaben für die Klassenstufen 1/2 und 3/4.

Der Geometriebereich mit angeschlossener Bauecke ermöglicht, viele Dinge auszuprobieren und auch einmal zu entspannen.

Besonders beliebt sind die Arbeitsmittel zum Thema „Brüche und Bruchteile“ in Klasse 5.



↑ Themenregal „Form und Veränderung“

← Überblick über die fertig eingerichtete Werkstatt

Im Bereich Rechnen mit Größen stehen vor allem die Waagen bei allen Schülern auf Platz 1.

Der Bereich Zahlenräume, Zufall und Wahrscheinlichkeit enthält auch viel Material zum „Begreifen“ der Zahlenräume in der Eingangsstufe.

Besonders viel Spaß bereitete der SINUS-Gruppe das Einräumen der vielen neuen Materialien, die durch Gelder von SINUS-Grundschule finanziert wurden. In einer Feierstunde wurde der „Matheclub“ am Vormittag des 15.06.2012 eröffnet.

Feierliche Einweihung

Die Schülersprecherinnen und Schülersprecher waren die Ersten, die mit Begeisterung den Raum in Besitz nahmen. Eltern und Kinder hatten am Nachmittag die Gelegenheit, diesen Raum kennen zu lernen und sich gleichzeitig an verschiedenen Aufgaben auszuprobieren.

Doch mit der Einrichtung dieses schönen Raumes war es natürlich nicht getan. Im neuen Schuljahr begann zaghaft die Arbeit im „Matheclub“. Einzelne Klassen erobern die Mathewerkstatt im Förder- oder Teilungsunterricht. Sie werden mit bestehenden Regeln vertraut gemacht und erproben Material. Auch die Arbeit der SINUS-Schulgruppe hat sich verändert. Gemeinsam werden Spiele ausprobiert oder gute Aufgaben und Lernumgebungen für einzelne Materialien zusammengestellt.

In der Fachkonferenz Mathematik werden alle Mathematik unterrichtenden Lehrkräfte über Neuigkeiten aus dem „Matheclub“ informiert. So soll im laufenden Schuljahr die Arbeit in der Mathewerkstatt zu einer Selbstverständlichkeit für jede Klasse unserer Schule werden.

Integration der Arbeit in der Mathematikwerkstatt ins Schulleben



← Die Mathematikwerkstatt wird eröffnet



↑ Themenregal „Größen und Messen“



Karlgarten-Grundschule, Neukölln Unsere Mathematikwerkstatt auf dem Weg



Improvisierte Stationen →

Durch schulinterne Umstrukturierungen standen im Schuljahr 2008/09 drei Klassenräume leer. Wir hatten die Idee, der SINUS-Arbeit an der Schule einen festen Platz in einem der Räume zu geben. Die von SINUS-Geldern angeschafften Materialien wurden dort in Schränke geräumt. Auf die vorhandenen Tischgruppen wurden Aufgaben – z. B. zum Thema Tangram – gelegt, die von Klassen genutzt werden konnten. Die SINUS-Sitzungen fanden in diesem Raum statt.

In einer nächsten Phase wurden von einem Tischler Bänke gebaut, die im Achteck um einen runden Teppich platziert wurden. Hier sollten Schülerinnen und Schüler am Stundenbeginn bzw. -ende versammelt werden. Eines der neuen Smartboards, die die Schule bekam, wurde dem Raum spendiert. Da der Raum von Schülerinnen und Schülern aller Klassen genutzt werden sollte, wurden Tische und Stühle angeschafft, die sich an die unterschiedlichen Größen der Kinder anpassen lassen.



Regelmäßig wurden Projekte in Form von Lernstationen aufgebaut. Da die Schule in einem sozialen Brennpunkt liegt, war ein Schwerpunkt, den Schülerinnen und Schülern mathematische Grunderfahrungen besser zu ermöglichen – handlungsorientiert und mit allen Sinnen. Die Projekte waren auch mit Blick auf die große Heterogenität innerhalb der JÜL-Klassen (Klassenstufe 1–3) hin konzipiert.

← Stationenarbeit

Von 2009 bis jetzt sind aus dieser Arbeit Projekte zu den Themen „Spiegeln“, „Figuren und Flächen“, „1x1“, „Zehner & Einer“, „Genaueres Zeichnen“ und „Längen messen“ entstanden. Die innerhalb der Projekte erarbeiteten Materialien und gemachten Erfahrungen wurden archiviert und bleiben somit der Schule verfügbar. Die dafür benötigten Materialien wurden zum großen Teil selbst entworfen und teilweise vom Tischler extra angefertigt.

Die intensive Arbeit in der Mathematikwerkstatt wurde durch eine besondere Form der Stundenplansteckung möglich. Die Mathematiklehrkräfte mehrerer JÜL-Klassen gaben eine ihrer Teilungsstunden an einen Kollegen ab, der in diesen fest gesteckten Stunden mit Teilgruppen in die Werkstatt ging und dort seinen Arbeitsschwerpunkt hatte. Dadurch konnte er mit viel Entwicklungsarbeit Lernarrangements aufbauen, die dann mehrere Wochen stehen blieben und von vielen Klassen genutzt wurden.

Eine Stunde begann in der Regel im Sitzkreis (auf den Bänken rund um den Präsentationsteppich), wo passend zu dem aufgebauten Projekt ein besonderer Teilaspekt besprochen oder gezeigt wurde. Danach verteilten sich die Schülerinnen und Schüler auf die Stationen. Am Stundenende gab es eine kleine Auswertungsrunde.



← Einführung auf dem Präsentationsteppich

Im Schuljahr 2011/12 unterstützte SINUS-Grundschule den Aufbau von Mathematik-Werkstätten an Grundschulen. Von dem Geld konnten wir viele neue Unterrichtsmaterialien anschaffen. Mit dem Ausbau der Mathematik-Werkstatt sollte der Raum aber auch in seiner Funktionalität erweitert werden.

Angestrebt wurde – bei Erhalt der Möglichkeit eines Stationsbetriebes – das Einrichten von Themenecken. Eine Freiarbeitsecke sollte entstehen und ein Bereich für die Arbeit mit Blitzrechnen-Karteien.



← Umzugschaos

Wegen Umstrukturierungen im Schulgebäude musste die Mathematikwerkstatt Anfang des Schuljahres 2012/13 in einen anderen Raum umziehen, was den Ausbau sehr verzögerte und den Betrieb zwischen durch lange Zeit erschwerte bzw. unmöglich machte.

In gemeinsamen Aktionen der Mathematiklehrerinnen und -lehrer wurden die Unterrichtsmaterialien neu sortiert und ein neues Ordnungssystem etabliert. Spezielle Regale für die Blitzrechnen-Karteien wurden angefertigt und eingeräumt. Der Bereich „Form und Veränderung“ wurde anregungsreich gestaltet.

Inzwischen hat der Raum eine klare Struktur und kann endlich erneut genutzt werden. Archivierte Projekte werden wieder aufgebaut.

Die Umgestaltung der Werkstatt ist noch lange nicht abgeschlossen. Nach langem Abwägen der Vor- und Nachteile werden wir nun vorerst doch keinen Teppich im Raum verlegen lassen. Als nächsten Ausbauschnitt werden wir die Freiarbeitsecke gestalten.

Aber vor allem für das Erproben der vielen neuen Unterrichtsmaterialien und das Ausarbeiten der passenden Lernumgebungen bzw. Themenkisten wird noch viel Entwicklungsarbeit nötig sein.



↑ Bereich Größen & Messen



← Karteien-Regal

Carl-Orff-Grundschule, Charlottenburg-Wilmersdorf Aufbau einer Mathewerkstatt an der Carl-Orff-Grundschule

Die ersten (vorschnellen) Schritte

Als die Schule vor den Sommerferien 2011 das Angebot zum Aufbau einer Mathewerkstatt erhielt, war die Schulleitung sofort begeistert. Zusätzlich wurde auch gerade ein Klassenraum frei. Es sollte daher eine feste Werkstatt werden.

Noch vor den Ferien wurde der Raum renoviert und Möbel nach Maß bei der Jugendvollzugsanstalt bestellt.

Erst später haben wir erfahren, dass Möbel nicht aus dem SINUS-Etat bestellt werden dürfen. Aber wir waren froh, dass wir überhaupt unterstützt wurden und Material bestellen konnten, sodass die Möbel dann aus dem Schuletat bezahlt wurden.

Manche Entscheidungen lassen sich in ihren Konsequenzen nicht von Anfang an überblicken.

Struktur des Raumes

Bei der Struktur des Raumes stellten wir das erste Mal fest, dass wir den zweiten Schritt vor dem ersten gemacht hatten. Die Ideen zur Aufteilung des Raumes waren durch die schon aufgestellten Möbel ein wenig eingeschränkt. Zusammen mit unserem Setkoordinator haben wir uns dann für eine „Inselösung“ entschieden. Jedes Themenfeld aus dem Rahmenlehrplan bekam eine eigene Ecke. Die Tischordnung und die Dekoration soll die Inselbildung unterstreichen.

Es entstand eine Insel zu „Form und Veränderung“, eine zu „Größen und Messen“, eine zu „Zahlen und Operationen“ und eine Insel zu „Daten und Zufall“.

Materialien erst in kleineren Mengen bestellen und erproben, um es später bei Bedarf zu ergänzen.

Bestellung des Materials

Als nächstes war dann die Bestellung des Materials an der Reihe. Auch hier hatten wir das Gefühl, dass wir noch nicht richtig einschätzen können, was eine gute Mathewerkstatt wirklich benötigt. Was ist wirklich sinnvoll und was nicht? Viele Erfahrungswerte gab es dazu leider noch nicht. Besser wäre es, wenn das Material dann bestellt wird, wenn der tatsächliche Bedarf erkannt wird. Und außerdem möchte man das Material vorher auch ausprobieren können.

Da das nicht ging, haben wir uns an dem Motto „Mathe zum Anfassen“ orientiert. Materialien, die viel versprechend erschienen, haben wir in kleinen Mengen bestellt, um bei Bedarf zu erweitern.

Die gemeinsame didaktische Aufbereitung des Unterrichtsmaterials in der Schulgruppe kann die Arbeit auf ein gemeinsames Ziel hin fokussieren.

Ausblick

Die eigentliche Arbeit begann aber erst nach der Lieferung der Materialien. Es ist wichtig, die Materialien didaktisch aufzuarbeiten, damit die Lehrkräfte und Schülerinnen und Schüler wissen, wie sie sinnvoll damit umgehen können. Ohne diese Aufbereitung würde die Werkstatt wahrscheinlich auch kaum benutzt werden.

Mit Hilfe der Set-Sitzungen lernten wir, wie wir mit dem Material Lernumgebungen gestalten und wie aus diesen Lernumgebungen dann Themenkisten werden. Unser Ziel war es, dass für jede Insel mindestens eine Themenkiste entsteht.

Nun sind wir gerade bei der organisatorischen Gestaltung der Mathewerkstatt, z.B. Ausleihsystem, Belegungsplan, Verteilung der Verantwortlichkeiten.



← Blick in die Mathematikwerkstatt der Carl-Orff-Grundschule

Ernst-Ludwig-Heim-Grundschule, Spandau Unsere Mathematikwerkstatt

Genau vor einem Jahr kamen die Kollegen aus den Winterferien und standen vor einem Chaos. Eine defekte Toilettenspülung hatte mehrere Tage Wasser in eines der Schulgebäude fließen lassen, sodass ein ganzer Trakt unserer Schule mit neun Klassenräumen der Schulanfangsphase nicht mehr betretbar war.

Aufbau einer Mathematikwerkstatt unter erschwerten Bedingungen

Viel Arbeit und Improvisation haben uns diese schwere Zeit überstehen lassen und inzwischen sind unsere Klassenräume in hellen Farben frisch gestrichen. Die Fußböden sind neu und auch die Möbel sind farbenfroh und es macht Freude, in diesen neuen Räumen zu unterrichten. Wir hatten davon jetzt neun, für acht Klassen der Schulanfangsphase.

Das war der Beginn unserer Überlegungen zum Einrichten einer Mathematikwerkstatt. Da war dieser schöne neue Raum, der geradezu nach einer besonderen Nutzung schrie. Glücklicherweise konnten wir zu diesem Zeitpunkt noch die materielle Zuwendung beantragen, sodass dieser Raum sich langsam mit anregenden mathematischen Materialien füllt.

Inzwischen treffen wir uns einmal in der Woche, stellen Materialien her, ordnen sie sinnvoll ein und machen sie präsent und leicht einsetzbar für die „nicht-mathematischen“ Kollegen. Die Ausgestaltung des Raumes nimmt im Moment einen etwas geringeren Platz in unserer Arbeit ein, da wir schnellstmöglich Formen der Nutzung des Raumes und der bereits vorhandenen Materialien und Aufgaben finden wollen.

Auf regelmäßigen Treffen wird die Werkstatt Stück für Stück aufgebaut.

Wir haben für unsere Mathematikwerkstatt bewusst überwiegend offene Schränke und Regale gewählt. Die Materialien sollen zu sehen sein und die Kinder und natürlich auch die Kollegen ansprechen und zum Ausprobieren anregen.



↑ Zustand des Raumes nach einem Wasserschaden



↑ Die Lernmaterialien sind übersichtlich untergebracht.

Erika-Mann-Grundschule, Mitte

Erfahrungsbericht über den Aufbau und die Arbeit in der Mathematikwerkstatt der „Erika-Mann-Grundschule“

Einbeziehen von Künstlern in die Raumkonzeption

Bei der Konzeption unseres Zeitlabors wurden Schülerinnen und Schüler, eine Malerin und ein Architekt einbezogen. In zwei Workshops konnten die Schülerinnen und Schüler äußern, was sie sich unter einer Mathematikwerkstatt bzw. einem Zeitlabor vorstellten und konnten sich dem Thema Zeit nähern.

Einbeziehen von Schülerinnen und Schülern in Konzeption und Aufbau der Mathematikwerkstatt

Sie schrieben z. B. Texte, was sie in den Ferien oder in einer anderen Zeit gemacht hatten und sollten dabei Zeitwörter benutzen. Sie sammelten zu den Begriffen Zeitpunkte und Zeitspannen Beispiele. Sie überlegten sich, was sie später einmal werden wollen. Mit verschiedenen Materialien bastelten sie dann Dinge aus der Vergangenheit, der Gegenwart und zur Zukunft. Zum Schluss erfolgte eine Auswertung, was das Zeitlabor unbedingt beinhalten sollte.

In vier weiteren Workshops ging es an die praktische Arbeit. An den Uhren wurden die Minuten eingeteilt und angezeichnet, ebenso die Kalendertafel. Die Bilder für die Rollos und Würfelpuzzles wurden vorgezeichnet und bemalt. Die Wände und die Kästen für die Aufgabenkarten wurden durch die Schülerinnen und Schüler gestrichen.

Regale wurden beschafft und aufgestellt und der Hausmeister flieste die Räume. Die SINUS-Gruppe machte sich Gedanken über die Bestellungen. Dabei gingen wir davon aus, welche Ergänzungen notwendig waren, was sich schon bewährt hatte, welche Neuerscheinungen es gab und welche Materialien zu teuer wären.

Den Eingangsbereich unserer Mathematikwerkstatt gestalteten und bemalten die Lehrkräfte der SINUS-Gruppe als blaues Band mit Zahlen. Nachdem die Bestellungen eingegangen waren, sortierten wir die Materialien nach bestimmten Themen in die Regale. Parallel dazu begannen wir erste Themenkisten einzurichten. Der Einführungsraum bekam Sitzhocker. Außerdem bastelten die Mathematiklehrkräfte Materialien für den Unterricht, die nun im Materialraum wiederzufinden sind.

Vier kleinere Räume werden in unterschiedlichen Funktionen genutzt

An zwei Terminen gab es eine Einführung in das Arbeiten in der Mathematikwerkstatt. Sie besteht aus vier Räumen, dem Zeitlabor, dem Arbeitsraum, dem Materialraum und dem Einführungsraum.



← Dieser Treppenaufgang führt zur Mathematikwerkstatt hinab



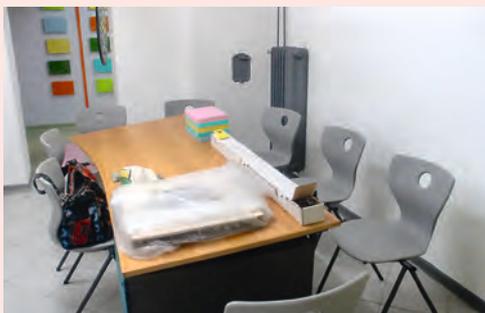
↑ Zeitlabor



↑ Einführungsraum



↑ Materialraum



↑ Arbeitsraum

Man startet im Einführungsraum, wo die Lehrkraft mit einem Spiel beginnt. Anschließend wird entweder zu diesem Thema Material ausgesucht oder es werden die Aufgaben von den Kästen gelöst, die sich im Zeitlabor befinden oder die Schülerinnen und Schüler arbeiten unabhängig zum Thema und suchen sich Spiele oder andere Aufgaben. Im Arbeitsraum können sie dann spielen, experimentieren und ihre Aufgaben lösen.

Die Eröffnung der Mathematikwerkstatt erfolgte im April 2012. Dazu wurden die Eltern, die Schülerinnen und Schüler, die daran gearbeitet hatten, sowie Lehrer und Lehrerinnen aus anderen Schulen eingeladen.

Zunächst wurde die Werkstatt besonders im Förderunterricht und teilweise im Unterricht genutzt. Seit August 2012 gibt es einen Stundenplan, in den sich alle Klassen eintragen, die in der Lernwerkstatt arbeiten wollen.

Bericht über die Vorgehensweise beim Aufbau unserer Mathematikwerkstatt

Seit dem Schuljahr 2007/2008 nehmen wir am SINUS-Programm teil. Der Erfahrungsaustausch auf den Set-Treffen und die dort vorgestellten Materialien, die man oft zum Ausprobieren in den Schulgruppen-Treffen mitnehmen durfte, gaben uns hilfreiche Anregungen, wie der Materialbestand des Fachbereiches Mathematik sinnvoll aufgestockt werden sollte. Von den alljährlichen SINUS-Geldern und aus den wohlwollend fließenden Mitteln des Schuletats stockte der Fachbereich nach und nach seinen Bestand an SINUS-tauglichen Materialien auf. Angeschafft wurden Einzelexemplare von Spielen zum Kennenlernen, Würfel zum Bauen und andere Materialkästen wie Somawürfel oder Geo-Stadt. Die in doppelter oder dreifacher Menge vorhandenen Exemplare wurden für Kleingruppenarbeit, für Teilungsunterricht oder für Stationsarbeit innerhalb der Klasse eingesetzt. Auch war der „Markt der Möglichkeiten“ auf den SINUS-Jahrestagungen immer wieder ein Ort für neue und gute Ideen.

Ein frei gewordener Klassenraum und das Angebot, mit der Unterstützung aus SINUS-Mitteln eine Lernwerkstatt einzurichten, eröffnete uns ganz neue Möglichkeiten. Im Herbst 2011 machten wir uns also auf den Weg, eine feste Mathematikwerkstatt aufzubauen, motiviert und aktiv unterstützt durch unsere Schulleitung.

Nun begannen Überlegungen zur Nutzung, zum Einrichten und zum Material. Wir entschieden uns, fünf Tischgruppen (in unterschiedlichen Höhen) für je sechs Kinder aufzustellen. Durch Möbel (Schränke, Regal, Rollschränke) sollten diese flexibel abgetrennt werden, damit tatsächlich eine ganze Klasse in unterschiedlichen Organisationsformen (Stationen, Kleingruppen) in diesem Raum arbeiten kann. Drei Schränke nehmen die Materialien auf, das Regal und die Pinnwände dienen zur Ausstellung von Schülerergebnissen.

Orientierung in der Mathematikwerkstatt durch Farben

Die Materialien in den Schränken sind nach den vier Themengebieten des Rahmenlehrplans geordnet. Jedem Themengebiet ist eine Farbe zugeordnet, die sich sowohl auf dem Inhaltsverzeichnis außen an der Schranktür als auch an den Schubkästen der Rollschränke wiederholt. So kann man sich leicht orientieren und gezielt Materialien für bestimmte Themengebiete finden.

Überlegungen zur Gestaltung einer Mathematikwerkstatt in einer Schule im sozialen Brennpunkt

In unserer Schülerschaft gibt es zahlreiche Jungen und Mädchen, die ständig Anregung, Unterstützung und Motivation benötigen. Durch zum Teil fehlende häusliche Erfahrung mit Bausteinen brauchen sie dringend den Umgang mit Materialien, die sie in die Hand nehmen können, um Inhalte buchstäblich zu begreifen. Aus diesem Grund haben wir vorrangig solches Material angeschafft. Außerdem sind viele Schülerinnen und Schüler konzentrationsschwach und durch zu viele Reize aus der Umgebung leicht ablenkbar. Durch das Unterbringen in geschlossenen Schränken stört das interessante und einladende Material nicht die Konzentration und bleibt – vor schnellem Zugriff geschützt – hoffentlich lange vollständig erhalten.

Überlegungen zur Anzahl der angeschafften Materialien

Auf Grund dieser Überlegungen haben wir nach dem Ausprobieren bei der Bestellung für die Mathematikwerkstatt die für hilfreich befundenen Spiele, Baukästen und weiteren Materialien in ihrer Anzahl so ausgewählt, dass wir je nach Bedarf Stationen im Raum oder der Tischgruppe (5x) anbieten, in Kleingruppen lernen (1x, 3x) oder mit ganzen Klassen (15x, 30x) am selben Thema, ja sogar mit demselben Material arbeiten können.

Am Beispiel des Themas „Achsensymmetrie“ soll dies verdeutlicht werden:

- 5 Spiele „Mirakel“, dazu 30 „Zauberspiegel“
Die Karten in einem Spiel reichen für eine Tischgruppe, jedes Kind bekommt dazu seinen eigenen Spiegel.
- 5 Spiele „Spiegelspiel“ (räumlich):
Jedes Spiel ist für 2 Personen, also als Station oder Ergänzung jeder Tischgruppe einsetzbar.
- 10 Bücher „Spiegeln mit dem Spiegel“ und 6 Bücher „Spiegeln mit dem Spiegelbuch“: Je 1–2 Kinder können ein Buch benutzen. So reichen sie für einen Klassenverband oder 1–2 pro Tischgruppe oder je 6 für eine Station.

Ergänzend dazu und gleichzeitig themenübergreifend gibt es 3x das Spiel „Spiegeltangram“ und 30 Tangrams dazu sowie weitere Spiegel und Doppelspiegel, um 5 Stationen an den 5 Tischgruppen zu gestalten.

Somit ist es jeder Lehrkraft freigestellt, in welcher Form sie mit dem Material arbeitet. In Fachkonferenzen und SINUS-Treffen unserer Schule werden die Materialien und ihre Einsatzmöglichkeiten vorgestellt und ausprobiert.

Die Mathematikwerkstatt ist damit noch lange nicht vollständig. Material für offene Lernangebote, für Stationsarbeit und für Übungszirkel muss neben weiteren Themenkisten zusammengestellt und aufbereitet werden. Ohne viel Aufwand und großer Vorbereitung soll das Angebot auch in Vertretungsstunden oder in der ergänzenden Betreuung genutzt werden können. Immer wieder gibt es neue Erfahrungen und Anregungen zum Umgang mit den Materialien, die dann auf dem in den Set-Treffen vorgestellten Formblatt eingetragen und auf den Schulgruppentreffen ausgewertet werden.

Erfahrungen der Lehrkräfte im Umgang mit den Themenkisten werden genutzt, um sie kontinuierlich weiterzuentwickeln.

Zum Schluss noch zwei Tipps:

- Wenn Kopiervorlagen notwendig sind, liegen sie in Klassenstärke bereit. Wer sie verbraucht, füllt sie hinterher wieder auf.
- Viele Spiele enthalten zahlreiche Karten oder Einzelteile. Wir haben eine große Menge an Kartenschachteln verschiedener Größen bestellt, um dieses Material nutzerfreundlich zu ordnen und aufzubewahren.

Hermann-Sander-Grundschule, Neukölln Erfahrungsbericht Mathewerkstatt

Im Schuljahr 2011/12 konnten wir mit der finanziellen Unterstützung des Sinus-Projekts beginnen, unsere Mathewerkstatt einzurichten.

Bei der Planung und Vorbereitung kam uns die Vergrößerung unserer Schule zugute, weil dadurch ein freier Raum verfügbar war. Nachdem wir uns auch Mobiliar (Regale, Schränke, Tische, Stühle) organisiert hatten, konnten wir mit der Einrichtung und Planung beginnen. In der SINUS-Gruppe besprachen wir verschiedene Ideen und Möglichkeiten des Aufbaus. Letztendlich entschieden wir uns für die Einteilung der Mathewerkstatt in verschiedene Lernecken.



↑ Themenecke Knobeln,



↑ ... Größen



↑ ... und Geometrie

Nun sammelten wir das schon vorhandene Material des Fachbereichs Mathematik und der SINUS-Gruppe zusammen und bestellten mit den bereitgestellten Geldern, entsprechend der geplanten Lernecken, weitere Arbeitsmittel.

Nachdem wir alle Bestellungen erhalten hatten, richteten wir die Themenecken ein, laminierten vorhandene Karteien und erarbeiteten Arbeitshinweise.

Mit Hilfe einer Spende eines Sponsors konnten wir Schachteln und Boxen kaufen und somit das Material ordnen, verstauen und systematisieren. Unsere Mathewerkstatt war zum Ende des Schuljahres eingerichtet. In Fach- und Gesamtkonferenzen berichteten und informierten wir regelmäßig das Kollegium über die Entwicklung der Mathewerkstatt.

Einbeziehung aller Kolleginnen und Kollegen durch regelmäßige schulinterne Fortbildung

Im Schuljahr 2012/13 begannen wir mit der intensiven inhaltlichen Arbeit. Hierbei war es uns wichtig, alle Kolleginnen und Kollegen einzubeziehen (auch Lehrkräfte außerhalb der SINUS-Schulgruppe). Seit Beginn des Schuljahres führen wir wöchentlich eine einstündige schulinterne Fortbildung in der Mathewerkstatt durch. Dazu werden die Kollegen/-innen einer Jahrgangsstufe eingeladen und themenspezifisch über die Möglichkeiten der Arbeit im Unterricht in der Mathewerkstatt informiert. Gleichzeitig wird regelmäßig die Möglichkeit des Austauschs von Erfahrungen, das Sprechen über Schwierigkeiten oder Probleme und das Geben von Hinweisen eingeräumt. In dieser Fortbildung bekommen die Lehrkräfte ganz spezifische Hinweise und Material an die Hand, mit welchem sie ihren Unterricht in der Mathewerkstatt gestalten können. Es gelang uns dadurch, weitere Kolleginnen und Kollegen für diese offene Form der Unterrichtsarbeit zu begeistern und die Scheu vor dem veränderten Matheunterricht abzubauen.



Für die Nutzung durch die Klassen erstellen wir einen Plan, den wir in gerade und ungerade Schulwochen einteilen. Hier konnte sich jeder Mathelehrer mit seiner Klasse für eine Doppelstunde eintragen. Dadurch hat jede Klasse alle 14 Tage die Möglichkeit, die Mathewerkstatt zu nutzen. Durch den erstellten Plan ist es uns auch gut möglich, die Ordnung in der Mathewerkstatt zu überprüfen und eventuell bei Problemen die Kolleginnen und Kollegen sofort und direkt anzusprechen. Die Ordnung, Sauberkeit und das Hinterlassen der Mathewerkstatt wird durch die Kollegen/-innen der Sinusgruppe täglich kontrolliert.

Alle Klassen können den Raum für eine Doppelstunde innerhalb von 14 Tagen nutzen.

Gerade erhielten wir wieder eine Spende, mit welcher wir weiteres Material anschaffen können.

Zurzeit arbeiten wir an einer Katalogisierung des vorhandenen Materials. Damit wollen wir dem Wunsch der Kolleginnen und Kollegen nachkommen, welche sich eine Übersicht aller Materialien gewünscht haben.

Übersicht über die vorhandenen Materialien

Zukünftig werden wir weiterhin die schulinterne Fortbildung durchführen, da diese gut angenommen, die Nutzung der Mathewerkstatt immer intensiver wird, und der Zuspruch der Kolleginnen und Kollegen, Schülerinnen und Schüler stetig steigt.



← Die Schülerinnen und Schüler arbeiten sehr gerne in der Mathewerkstatt.

3.4 Elemente einer Mathematikwerkstatt – Fotosammlung

Die Fotos auf den folgenden Seiten sollen Anregungen dafür geben, wie man eine eigene Mathematikwerkstatt gestalten könnte. Die Fotos wurden in den vielen Werkstätten aufgenommen, die mit SINUS-Geldern gefördert wurden, und zeigen die entstandene Ideenvielfalt.

Strukturierung des Raumes



Reinhold-Otto-Grundschule, Charlottenburg-Wilmersdorf

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Variable Einteilung des Raumes durch Tischgruppen

Wie wird das benutzt?

Altes, sehr individuelles Mobiliar gibt dem Raum ein besonderes Flair und kennzeichnet verschiedene Bereiche.



Kartsgarten-Grundschule, Neukölln

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Sitzkreis und Präsentationsteppich, Einteilung des Raumes in Teilbereiche

Wie wird das benutzt?

Am Stundenanfang setzen sich die Kinder in den Kreis. Auf dem Teppich gibt es eine Einführung mit Material. Auf den Tischen sind thematisch passende Stationen aufgebaut.

Besonderheiten

Die Bänke sind beweglich und lassen sich nach Bedarf umstellen. Die Kinder sitzen dicht am Material und haben Platz, um damit zu hantieren.



Wedding-Grundschule, Mitte

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Einteilung in Themenbereiche; Nutzung von Boden und Wänden

Wie wird das benutzt?

Halbhohe Regale sind senkrecht in den Raum gestellt und teilen so Ecken ab. Darüber hinaus kann oben auf den Regalen etwas präsentiert werden. Auf dem Boden liegt ein Teppich mit einem großen Hunderterfeld. Hinten an der Wand können Zahlen bis zu 1 Million mit geknoteten Schnüren angehängt werden.

Beispiele für Themen-Ecken

Walt-Disney-Grundschule, Neukölln

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Bau-Ecke mit Teppich

Wie wird das benutzt?

In Holzkisten sind viele gleich große Bausteine verstaut, bzw. speziell geformte, große Bausteine.

Hier kann frei gebaut und konstruiert werden.



Wedding-Grundschule, Mitte

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Kaufladen

Wie wird das benutzt?

Die Kinder spielen, handeln und rechnen mit Begeisterung im Kaufmannsladen. Gerne werden auch die Waagen zum Wiegen mitgenutzt.

Mathematisches Lernen wird hier in Verbindung mit anderen Lernbereichen gesehen.

Besonderheiten

Der Kaufmannsladen ist zusammenklappbar. Im Bedarfsfall kann diese Ecke für andere Aktivitäten genutzt werden.



Kartsgarten-Grundschule, Neukölln

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Themenbereich Größen und Messen

Wie wird das benutzt?

Die rechte Seite des Schrankes ist geschlossen. Hier ist Stauraum für das Material, was nicht unmittelbar für den Zugriff der Schüler ist.

Die linke Schranktür ist ausgehängt. Hier wird Material präsentiert, was die Schüler unmittelbar ansprechen soll.



Paavo-Nurmi-Grundschule, Marzahn-Hellersdorf

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Geometrie-Ecke

Wie wird das benutzt?

Alle Materialien zum Thema Geometrie sind übersichtlich im Regal eingeräumt.

Durch die offenen Regale sind alle Materialien gut sichtbar, was die selbständige Arbeit der Schülerinnen und Schüler erleichtert.



Aufbewahrung des Unterrichtsmaterials



Annedore-Leber-Grundschule, Tempelhof-Schöneberg

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Offene Regale mit Themenkisten

Wie wird das benutzt?

Die Regale sind nach Themenbereichen des Rahmenlehrplans gegliedert.

Themenkisten sind entsprechend zugeordnet und können ausgeliehen oder in der Werkstatt selbst genutzt werden.



Dunant-Grundschule, Steglitz-Zehlendorf

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Schränke mit Schiebetüren, leere Kisten

Wie wird das benutzt?

Die beiden Schiebetüren geben jeweils einen der drei Schrankbereiche frei.

Zur Ausleihe können Materialien in eine leere Kiste gepackt und mitgenommen werden.

Besonderheiten:

Gleichzeitig dienen die Türen als magnetische Whiteboards.



Christian-Morgenstern-Grundschule

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Geschlossene Schränke mit Inhaltsverzeichnissen

Wie wird das benutzt?

Die Unterrichtsmaterialien sind nach den Themenbereichen des Rahmenlehrplans geordnet und mit farbigen Klebepunkten beklebt. Auf den Inhaltsverzeichnissen ist zu jeder Farbe aufgelistet, was sich im entsprechenden Schrankteil befindet.



Reinhold-Otto-Grundschule, Charlottenburg-Wilmersdorf

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Themenkisten: Kombinatorik bzw. Dreiecksmemory

Wie wird das benutzt?

In einer aufgehängten alten Obstkiste mit anmontierter Tafelklappe wird auf originelle Art eine Themenkiste präsentiert.

Auf einer alten Tafel kann geknobelt werden.

Ordnungssysteme

Ernst-Ludwig-Heim-Grundschule, Spandau

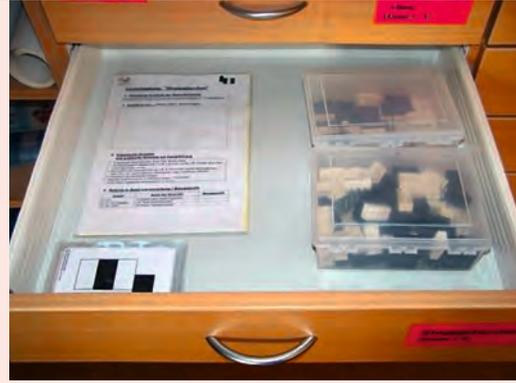
Was ist auf dem Foto zu sehen?

Schublade mit Lernumgebung

Wie wird das benutzt?

Die Schubladen dieses Schrankes sind mit roten Aufklebern versehen, die angeben, welche Lernumgebung enthalten ist.

Alle für die Lernumgebung benötigten Materialien befinden sich in der Schublade.



Dunant-Grundschule, Steglitz-Zehlendorf

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Ordnungssystem im offenen Regal

Wie wird das benutzt?

An die Regalrückwand geklebte Fotos bezeichnen den Platz, an den das entsprechende Material gehört.



Dunant-Grundschule, Steglitz-Zehlendorf

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Ordnungssystem in Schubkästen

Wie wird das benutzt?

Die Schubkästen sind mit einem Kürzel beklebt. Ein entsprechendes Ordnungssystem verweist auf den Inhalt.



Karls Garten-Grundschule, Neukölln

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Geschlossener Schrank mit Ordnungssystem

Wie wird das benutzt?

Der Geometrie-Schrank ist gelb markiert und trägt den Buchstaben K. Jedes Fach ist von oben nach unten nummeriert.

Als vorläufige Ordnung haben alle Materialien einen gelben Aufkleber aus Tesaband erhalten. Wenn darauf z. B. K2 steht, gehört das entsprechende Material ins 2. Fach im Schrank K.



Flexibilität der Einrichtung



Dunant-Grundschule, Steglitz-Zehlendorf

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Dreieckstische und Hocker

Wie wird das benutzt?

Die Dreieckstische sind rollbar und lassen sich variabel zusammenstellen. Allerdings nehmen sie viel Platz ein. Die Hocker sind sehr platzsparend, lassen sich auch übereinander stapeln.



Dunant-Grundschule, Steglitz-Zehlendorf

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Runder Teppich, Hocker

Wie wird das benutzt?

Der Teppich eignet sich gut zum Präsentieren. Er kann zusammengerollt und beiseite gelegt werden. Die Kinder können auf dem Boden oder auf den Hockern drum herum sitzen. Einige Hocker haben verschieden hoch angebrachte Fußstützen für verschiedene Beinlängen.



Reinhold-Otto-Grundschule, Charlottenburg-Wilmersdorf

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Runder Teppich mit Stationsarbeit, rollbarer Tisch

Wie wird das benutzt?

Stationsangebote können direkt auf dem Teppich bearbeitet oder mit an Tische genommen werden. Der Teppich eignet sich gut als Versammlungsort.



Walt-Disney-Grundschule, Neukölln

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Lange Tischreihe am Fenster

Wie wird das benutzt?

An der Fensterwand wurden Tische zu einer langen Arbeitsfläche zusammengestellt. Die Schülerinnen und Schüler können hier arbeiten oder spielen. Material oder Schülerarbeiten können ausgestellt werden.

Präsentationsmöglichkeiten & besondere Gestaltungselemente

Christian-Morgenstern-Grundschule, Spandau

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Ausstellungswand (hintere Wand der Werkstatt)
„ALLES IST MATHEMATIK“. Die einzelnen Buchstaben sind mit mathematischen Themen ausgefüllt.

Wie wird das benutzt?

Fotos und Schülerergebnisse aus verschiedenen Projekten (Flächen, Symmetrie, optische Täuschungen) finden hier Platz und sollen anregen.

Die Arbeiten werden regelmäßig ausgetauscht, sodass immer wieder andere Klassen hier etwas präsentieren können.



Erika-Mann-Grundschule, Mitte

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Kästen mit offenen Aufgaben

Wie wird das benutzt?

Unabhängig vom Unterrichtsthema wird in Kleingruppen an offenen Aufgaben gearbeitet.

Alle drei Monate werden die Aufgaben und Themen gewechselt.



Erika-Mann-Grundschule, Wedding

Was ist auf dem Foto zu sehen? Zeitlabor

Wie wird das benutzt?

Schüler können am Thema „Zeit“ arbeiten. Uhrzeiten können eingestellt werden, am Kalender bzw. an Rollos Geschichtesepochen abgelesen werden.



Paavo-Nurmi-Grundschule, Marzahn-Hellersdorf

Was ist auf dem Foto zu sehen?

Große Zahlen; weiße Möblierung; Raumaufteilung

Wie wird das benutzt?

Die Mathewerkstatt wurde in verschiedene Bereiche aufgeteilt – z. B. Größen und Messen, Zahlenräume usw. Dadurch entstanden mehrere Lerninseln, in denen die Schülergruppen unabhängig voneinander arbeiten können.

Besonderheiten:

Die hellen Möbel und die beidseitig offenen Regale erzeugen einen hellen, übersichtlich gegliederten Raum. Die Zahlen sind ein schönes Stilelement.



Literatur

- Bartnitzky, Horst; Brüggelmann, Hans u. a. (Hrsg.): Kursbuch Grundschule. Grundschulverband, Frankfurt am Main 2009.
- Bayrisches Staatsministerium für Unterricht und Kultur (Hrsg.), unterstützt durch HERMANN GUTMANN STIFTUNG und IPL Bayern: Über die Hand zum Verstand, Handreichung für den Aufbau einer Lernwerkstatt. 2008.
- Büchter, Andreas; Leuders, Timo: Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen. Cornelsen Scriptor, Berlin 2005.
- Engelhardt, Edda; Markel, Klaus; Schnabel, Joachim; Wessel, Frank: Das Mathestudio. Eine Lernwerkstatt für Mathematik. Westermann, Braunschweig 2006.
- Hengartner, Elmar; Hirt, Ueli; Wälti, Beat u. a.: Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. Klett und Balmer, Stuttgart 2006.
- Hirt, Ueli; Wälti, Beat: Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Friedrich Verlag, Seelze 2008.
- Hirt, Ueli; Wälti, Beat: Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Klett/Kallmeyer, 2008.
- Krauthausen, Günther; Scherer, Petra: Umgang mit Heterogenität. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht der Grundschule. Handreichung des Programms SINUS an Grundschulen. Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik (IPN), Kiel 2010.
- Müller, Gerhard Norbert; Wittmann, Erich Christian: Der Mathematikunterricht in der Primarstufe. Springer Fachmedien, Wiesbaden 1984.
- Schipper, Wilhelm: Handbuch für den Mathematikunterricht. Schroedel, Braunschweig 2009.
- Selter, Christoph; Spiegel, Hartmut: Elemente der Kombinatorik. In: G. Müller, H. Steinbring, E. Wittmann: Arithmetik als Prozess. Friedrich Verlag, Seelze 2004.
- Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung (Hrsg.): Individuelle Stärken herausfordern – 11 Lernumgebungen für einen differenzierenden kompetenzorientierten Mathematikunterricht von der Schulanfangsphase bis zur 6. Klasse. Berlin 2009.
- Wittmann, Erich Christian (1997): Aktiv-entdeckendes und soziales Lernen als gesellschaftlicher Auftrag. Schulverwaltung (5), S. 133–136, 2009.
- Wittmann, Erich Christian: Offener Mathematikunterricht in der Grundschule – vom FACH aus. In: Grundschulunterricht, Heft 6, S. 3–7, 1996.
- Wittmann, Erich Christian: Was ist Mathematik und welche pädagogische Bedeutung hat das wohlverstandene Fach auch für den Mathematikunterricht in der Grundschule? In: Baum, Monika; Wielpütz, Hans (Hrsg.): Mathematik in der Grundschule. Ein Arbeitsbuch. Verlag Julius Klinkhardt, Bad Heilbrunn 2003.
- Wittmann, Erich Christian; Müller, Gerhard Norbert: Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. Band 2: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. Klett, Stuttgart 1990/1992.
- Wittmann, Erich Christian; Müller, Gerhard Norbert: Spielen und Überlegen, Die Denkschule. Klett Verlag, Stuttgart 2006.
- Wollring, Bernd: Kennzeichnung von Lernumgebungen. In: Peter-Koop, Andrea; Lilitakis, Georg; Spindeler, Brigitte (Hrsg.): Lernumgebungen. Ein Weg zum kompetenzorientierten Mathematikunterricht in der Grundschule. (S. 9–23). Mildener Verlag, Offenburg 2009.
- Grundschule Mathematik: Kombinatorik, Nr. 27. Friedrich Verlag, Seelze 2010.
- Mathematik differenziert: Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit. Heft 3. Westermann-Verlag, Braunschweig 2010.

Bildnachweis

- Seite 9 und 31: weberwindeck – Fotolia.com
Seite 33: Studio SYBERG, Berlin
Seite 35: nach: Grundschule Mathematik: „Kombinatorik“. Nr. 27/2010, Friedrich-Verlag
Seite 39: Nils Fliegner, Hamburg
Seite 41: Studio SYBERG, Berlin
Seite 43: stockphoto-graf – Fotolia.com
Seite 45: Studio SYBERG + „Neubauwelt“, Die Gestalten Verlag, Berlin
Seite 51: Wittmann, Erich Christian; Müller, Gerhard Norbert: Programm mathe 2000, Spielen und Überlegen. Die Denkschule, Teil 2, S. 4, 1998
Seite 67: Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg, Unterrichtsentwicklung: Jahrgangsübergreifender Mathematikunterricht in der Schulanfangsphase, „Das Haus der Mathematik“, S. 9, 2010

Alle weiteren Fotos und Grafiken sind privat erstellt.

Senatsverwaltung
für Bildung, Jugend
und Wissenschaft



Bernhard-Weiß-Str. 6
10178 Berlin
Tel +49 30 90227-5050
www.berlin.de/sen/bjw
briefkasten@senbjw.berlin.de