Zentrale schriftliche Abiturprüfung 2011

Mathematik

Leistungskurs

Aufgabenvorschlag

Hilfsmittel:	Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache Formelsammlung, die von der zuständigen Senatsverwaltung bzw. dem zuständigen Ministerium für die Verwendung im Abitur zugelassen und an der Schule eingeführt ist Taschenrechner, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind und nicht über Möglichkeiten der numerischen Differenziation oder Integration oder dem automatisierten Lösen von Gleichungen verfügen.
Gesamtbearbeitungszeit:	270 Minuten inkl. Lese- und Auswahlzeit

Aufgabenstellung 1

Thema/Inhalt: Analysis

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 1.1 oder 1.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabenstellung 2

Thema/Inhalt: Analytische Geometrie

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 2.1 oder 2.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabenstellung 3

Thema/Inhalt: Stochastik

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 3.1 oder 3.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabe 1.1: Testfahrt

Eine Funktion f ist für $x \in I\!R$ definiert durch: $f(x) = -(4x + 80) \cdot e^{-\frac{1}{20}x} + 80$.

a) Untersuchen Sie den Graphen von f auf relative Extrempunkte und deren Art.
Der Graph von f besitzt genau einen Wendepunkt. Ermitteln Sie seine Koordinaten.
Auf die Verwendung eines hinreichenden Kriteriums zur Bestimmung des Wendepunktes wird verzichtet.
Geben Sie das Verhalten der Funktionswerte für $x \to +\infty$ an.

[Zur Kontrolle: $f'(x) = \frac{1}{5} x \cdot e^{-\frac{1}{20}x}$]

b) Zeichnen Sie den Graphen von f für $-10 < x < 150$ einschließlich seiner waagerechten Asymptote in das vorgegebene Koordinatensystem 1 ein.

Ein Schienenfahrzeug fährt aus dem Stand an. Die Geschwindigkeit des Schienenfahrzeugs wird für $x \geq 0$ durch $f(x) = -(4x + 80) \cdot e^{-\frac{1}{20}x} + 80$ beschrieben.

Dabei wird die Zeit x in Sekunden und die Geschwindigkeit $v = f(x)$ in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ gemessen.

c) Die erste Ableitung von $v = f(x)$ ist die Beschleunigung a des Fahrzeugs: $a = f'(x)$.
Geben Sie nur mithilfe des notwendigen Kriteriums den Zeitpunkt x_{max} an, für den die Beschleunigung maximal wird.
Berechnen Sie mindestens drei Funktionswerte und zeichnen Sie den Graphen von f' für $0 \leq x \leq 40$ in das Koordinatensystem 2 ein.

d) Bei einer anderen Testfahrt wird die Beschleunigung zum Zeitpunkt $x = 40$ so geändert, dass sie nunmehr linear abnimmt und sich der Graph der linearen Funktion g tangential an den Graphen von f' anschließt.
Bestimmen Sie den Funktionsterm $g(x)$ dieser linearen Funktion und berechnen Sie den Zeitpunkt x_0, zu dem die Beschleunigung $g(x)$ auf null abgenommen hat.
Ergänzen Sie Ihre graphische Darstellung der Beschleunigung um den linearen Anteil.
[Kontrollergebnis: $g(x) = -0{,}2e^{-2} \cdot x + 16e^{-2}$]

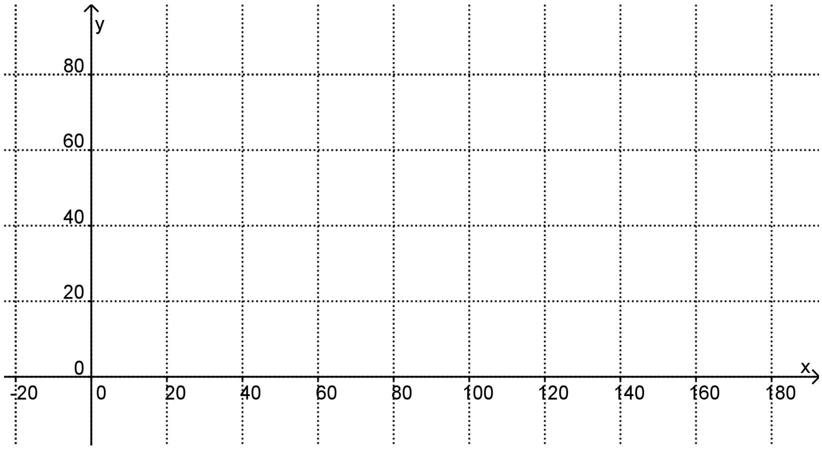
e) Der Inhalt der Fläche über dem Intervall $[\,0\,;80\,]$ zwischen der x-Achse und den bei $x = 40$ zusammen gefügten beiden Graphen von f' und g entspricht der zum Zeitpunkt $x_0 = 80$ erreichten Endgeschwindigkeit.
Berechnen Sie diesen Flächeninhalt und geben Sie die bei der zweiten Testfahrt nach 80 Sekunden erreichte Endgeschwindigkeit in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ an.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Aufgabenteile						
Aufgabenteil	a)	b)	c)	d)	e)	Summe
BE	17	5	5	7	6	40

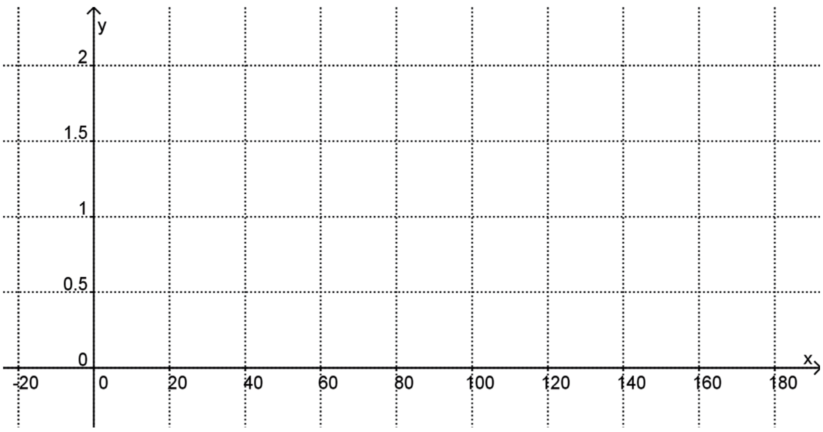
Anlage

Anlage zu Aufgabe 1.1: Testfahrt

Koordinatensystem 1



Koordinatensystem 2



Aufgabe 1.2: Kassenhäuschen

Gegeben ist die Funktionenschar f_a mit der Gleichung $f_a(x) = ax + \frac{1}{ax-1}$; $a \in I\!R, a \neq 0$.

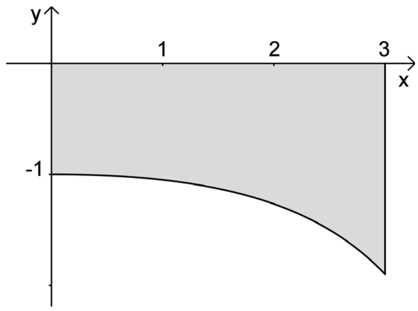
Die Graphen dieser Funktionen sind G_a. Die Graphen der Schar mit $a = 1;\ 2\ ;\ \frac{1}{5}$ sind in der Anlage vorgegeben.

a) Geben Sie den Definitionsbereich von f_a und die Gleichungen aller Asymptoten einschließlich der Polgeraden von G_a an.
Ordnen Sie den vorgegebenen Graphen die zugehörigen Parameterwerte *a* zu und begründen Sie Ihre Entscheidung.

b) Zeigen Sie, dass $E(0\,|\,f_a(0))$ lokaler Extrempunkt aller Graphen G_a ist und ermitteln Sie dessen Art. Ohne Nachweis dürfen Sie verwenden: $f_a'(x) = a - \frac{a}{(ax-1)^2}$.
Neben E hat jeder Graph G_a einen weiteren lokalen Extrempunkt T. Bestimmen Sie dessen Koordinaten und weisen Sie nach, dass dieser stets ein lokaler Tiefpunkt des Graphen ist. [Kontrollergebnis: $T\left(\frac{2}{a}\,|\,3\right)$]
Berechnen Sie diejenigen Werte a, für die die Punkte E und T einen Abstand von $\sqrt{17}$ LE haben.

c) Eine Ursprungsgerade g mit der Gleichung $y = b\,x$ mit $b > 0$ und die Tangente t im Tiefpunkt von G_2 schließen einen Winkel von $45°$ ein. Bestimmen Sie b für diesen Fall.
Die y-Achse, die Gerade mit der Gleichung $y = x$ und die Tangente t begrenzen ein Dreieck. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

d) Der Graph $G_{\frac{1}{5}}$ schließt mit der Geraden mit der Gleichung $x = 3$ und den beiden Koordinatenachsen eine Fläche ein (siehe Darstellung). Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.

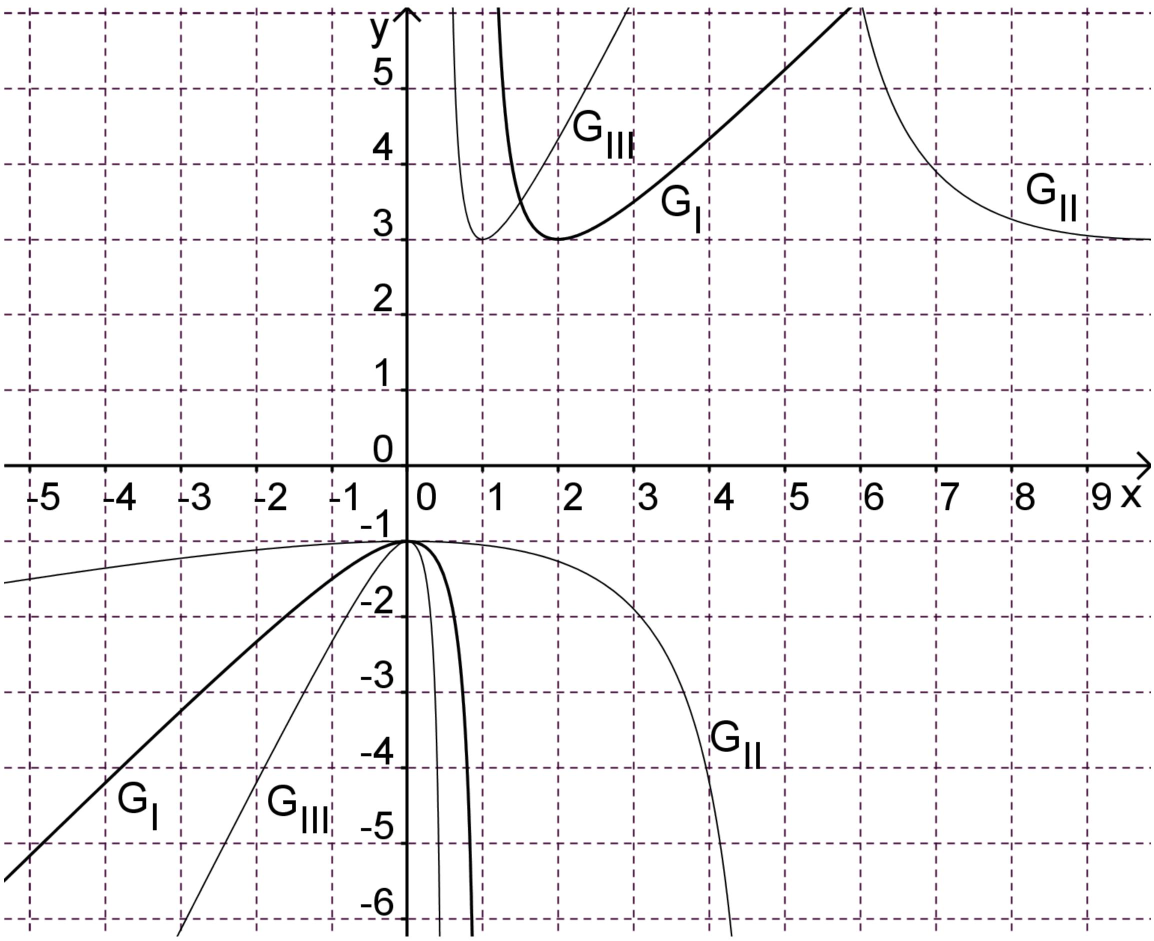


e) Die in Aufgabe d) beschriebene Fläche wird um den Koordinatenursprung um 90° im Uhrzeigersinn gedreht. Der Körper, der durch Rotation dieser Fläche um die y-Achse entsteht, entspricht modellhaft der Form eines Kassenhäuschens mit kreisförmiger Grund- und Deckfläche ($1\text{ LE} = 1\text{ m}$).
Der größere der beiden Kreise beschreibt die Grundfläche.
Ein Architekturbüro plant für das Kassenhäuschen ein Dach, welches einen parabelförmigen Querschnitt besitzt. Das passgenau aufgesetzte Dach soll eine Querschnittsfläche von $\frac{1}{3}\text{ m}^2$ besitzen. Ermitteln Sie die Gleichung eines möglichen Graphen, der die obere Begrenzung des Dachquerschnittes beschreibt.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Aufgabenteile						
Aufgabenteil	a)	b)	c)	d)	e)	Summe
BE	7	17	6	5	5	40

Anlage

Anlage zu Aufgabe 1.2: Kassenhäuschen



Aufgabe 2.1: Meteoriteneinschlag

Zwei Hobby-Astronomen entdecken zeitgleich einen Meteoriten.

Der erste Astronom sieht den Meteoriten von Punkt $A(5\,|\,6\,|\,0)$ in Richtung $\vec{u}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$,

der zweite Astronom von Punkt $B(8\,|\,21\,|\,0)$ in Richtung $\vec{u}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Die Erdoberfläche liegt angenähert in der x-y-Ebene. (Eine Längeneinheit entspricht 1 km.)

a) Im Moment der Entdeckung des Meteoriten blicken beide Astronomen entlang je einer Geraden zu dem Meteoriten. Geben Sie je eine Geradengleichung für diese beiden Geraden an.
Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes P_1, in dem sich der Meteorit im Moment der Entdeckung befindet.
[Zur Kontrolle Ihrer Rechnung: $P_1(17\,|\,12\,|\,18)$]

b) Der Meteorit bewegt sich gleichförmig auf einer geradlinigen Bahn. Eine Minute nach seiner Entdeckung hat er den Punkt $P_2(35\,|\,30\,|\,15)$ erreicht.
Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Meteoriten in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.
Berechnen Sie den Aufschlagpunkt und den Aufschlagwinkel des Meteoriten auf der Erdoberfläche.

c) Die Spitze eines Berges befindet sich im Punkt $S(85\,|\,63\,|\,2)$.
[Zur Kontrolle: Mögliche Gleichung der Meteoritenbahn $\vec{x} = \begin{pmatrix} 17 \\ 12 \\ 18 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$]
Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes Q der Meteoritenbahn, in dem der Meteorit dem Punkt S am nächsten ist.

d) Ein Flugzeug hat die Flugbahn $f: \vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 47 \\ 32 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $s \in \mathbb{R}$.
Bestimmen Sie den Abstand zwischen Meteoritenbahn und Flugbahn.

e) Eine Radarstation im Punkt $T(107\,|\,102\,|\,3)$ erfasst alle Flugbewegungen innerhalb eines kugelförmigen Raumes mit einem Radius von 50 km.
Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes R, in dem der Meteorit auf dem Radarschirm der Station erstmalig auftaucht. Runden Sie die Koordinaten auf ganze Zahlen.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Aufgabenteile						
Aufgabenteil	a)	b)	c)	d)	e)	Summe
BE	7	10	4	5	4	30

Aufgabe 2.2: Schüttungskegel

Gegeben ist die Ebene E durch $E: -2x + 3y + 6z = 14$ als Ebene der Schar
$E_a: -2x + 3y + az = 14\ ; a \in \mathbb{Z}$.

a) Die Ebene E schneidet die x-y-Ebene. Berechnen Sie den Schnittwinkel und ermitteln Sie eine Gleichung der Schnittgeraden g.
Zeigen Sie, dass $A(-13|-4|0)$ und $B(-\frac{19}{4}|\frac{3}{2}|0)$ Punkte der Schnittgeraden g sind.
Ermitteln Sie den Abstand des Koordinatenursprungs von der Ebene E.
[Zur Kontrolle: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $t \in I\!R$]

b) Für einen Punkt $P(x\,|\,y\,|\,z)$, der in der Ebene E liegt, gilt $x = y = z$. Bestimmen Sie die Koordinaten von P.
Untersuchen Sie, ob alle Ebenen von E_a einen Punkt mit drei gleichen Koordinaten besitzen.

Fällt Schüttgut von einem Transportband, dann entsteht ein Schüttungskegel, dessen Grundfläche im Folgenden stets in der x-y-Ebene liegen soll.

c) Eine Mantellinie s eines Schüttungskegels K verläuft von der Spitze $S(-2|-1|\frac{13}{6})$ genau senkrecht zur Geraden g und schneidet diese. Stellen Sie eine Gleichung für die Strecke s auf.

d) Ein Transportband, welches den Kegel K aufschüttet, verläuft im Abstand von 7 LE parallel zur Ebene E, in der auch s liegt. Es sei F die Ebene, in der das Transportband verläuft.
Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene F in Koordinatenform.

e) Der Böschungswinkel eines Schüttungskegels bei lockerer Schüttung liegt im Intervall $25° \le \alpha \le 45°$.
Ermitteln Sie die Anzahl der Ebenen der Schar E_a mit $a \in \mathbb{Z}$, die eine Mantellinie solcher Schüttungskegel enthalten können.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Aufgabenteile						
Aufgabenteil	a)	b)	c)	d)	e)	Summe
BE	9	5	6	6	4	30

Aufgabe 3.1: Hemden mit Mängeln

Ein Hemdenfabrikant hat seinen Großabnehmern vertraglich zugesichert, dass nur 2 % seiner Hemden Mängel aufweisen. Fabrikinterne Kontrollen zeigen, dass dieser Standard normalerweise eingehalten wird.

a) Zur Qualitätskontrolle eines Großauftrages wird diesem eine zufällige Stichprobe vom Umfang 100 entnommen. Es wird festgelegt: Falls mehr als zwei Hemden Mängel aufweisen, soll die Auslieferung der Ware gestoppt werden.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Auslieferung gestoppt wird unter der Annahme, dass tatsächlich 2 % der Hemden des Großauftrages Mängel aufweisen.

b) Berechnen Sie, ab welcher Anzahl von Hemden in einer Stichprobe die Wahrscheinlichkeit, dass kein Hemd Mängel aufweist, unter 1 % fällt.

c) Durch einen Maschinenfehler ist der Anteil von Hemden mit Mängeln vorübergehend auf 5 % gestiegen. Nun zeigt eine Qualitätskontrolle, dass bei den Freizeithemden, die einen Anteil von 20 % an der Produktion haben, sogar 10 % einen Mangel haben.
Ermitteln Sie zum Beispiel mithilfe eines Baumdiagramms, wie groß der Anteil der Hemden mit Mängeln unter den Nicht-Freizeithemden ist.
Ein Hemd wird zufällig der Produktion entnommen. Es weist einen Mangel auf.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Freizeithemd gewählt wurde.

d) Ein Großabnehmer erhält eine Lieferung von 800 Hemden, die glücklicherweise noch produziert wurden, als die Fehlerquote bei 2 % lag.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in dieser Lieferung höchstens 20 mangelhafte Hemden sind.
Ermitteln Sie, von welcher Anzahl K an die Wahrscheinlichkeit dafür, dass höchstens K von den 800 Hemden Mängel haben, mindestens 90 % beträgt.

e) Der Großabnehmer bietet die 800 Hemden zum regulären Preis von 39,90 € an.
Einen Monat vor der Umstellung auf die neue Kollektion sind 650 Hemden verkauft.
Erfahrungsgemäß verkauft er bis zur Umstellung auf die neue Kollektion noch 40 % der restlichen Ware zum regulären Preis. Wird die Restware als Sonderangebot für 24,90 € angeboten, können erfahrungsgemäß 70 % der Restware verkauft werden. Prüfen Sie, welches Verfahren günstiger ist.

Der Großabnehmer entscheidet sich dafür, die restlichen 150 Hemden als Sonderangebot anzubieten. Er verkauft daraufhin 110 der restlichen 150 Hemden.
Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit er mit dem regulären Preis einen höheren Ertrag erzielt hätte, wenn jedes der restlichen 150 Hemden mit einer Wahrscheinlichkeit von 40 % verkauft worden wäre.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Aufgabenteile						
Aufgabenteil	a)	b)	c)	d)	e)	Summe
BE	3	3	7	10	7	30

Anlagen

Anlage zur Aufgabe 3.1: Hemden mit Mängeln

Summierte Binomialverteilungen

Gerundet auf vier Nachkommastellen, weggelassen ist „0,“,
alle freien Plätze links unten enthalten 1,0000, rechts oben 0,0000.
Wird die Tabelle „von unten“ gelesen (p > 0,5), ist der richtige Wert 1 – (abgelesener Wert)

N	k \ p	0,02	0,05	0,10	$\frac{1}{6}$	0,20	0,25	0,30	$\frac{1}{3}$	K
	0	1326	0059							99
	1	4033	0371	0003						98
	2	6767	1183	0019						97
	3	8590	2578	0078						96
	4	9492	4360	0237	0001					95
	5	9845	6160	0576	0004					94
	6	9959	7660	1172	0013	0001				93
	7	9991	8720	2061	0038	0003				92
	8	9998	9369	3209	0095	0009				91
	9	9999	9718	4513	0231	0023				90
	10		9885	5832	0427	0057	0001			89
	11		9957	7030	0777	0126	0004			88
	12		9985	8018	1297	0253	0010			87
	13		9995	8761	2000	0469	0025	0001		86
	14		9999	9274	2874	0804	0054	0002		85
	15			9601	3877	1285	0111	0004		84
	16			9794	4942	1923	0211	0010	0001	83
	17			9900	5994	2712	0376	0022	0002	82
	18			9954	6965	3621	0630	0045	0005	81
	19			9980	7803	4602	0995	0089	0011	80
	20			9992	8481	5595	1488	0165	0024	79
	21			9997	8998	6540	2114	0288	0048	78
	22			9999	9370	7389	2864	0479	0091	77
	23				9621	8109	3711	0755	0164	76
	24				9783	8686	4617	1136	0281	75
	25				9881	9125	5535	1631	0458	74
	26				9938	9442	6417	2244	0715	73
	27				9969	9658	7224	2964	1066	72
	28				9985	9800	7925	3768	1524	71
	29				9993	9888	8505	4623	2093	70
	30				9997	9939	8962	5491	2766	69
	31				9999	9969	9307	6331	3525	68
	32					9985	9554	7107	4344	67
	33					9993	9723	7793	5188	66
	34					9997	9836	8371	6019	65
	35					9999	9906	8839	6803	64
100	36					9999	9948	9201	7511	63
	37						9973	9470	8123	62
	38						9986	9660	8630	61
	39						9993	9790	9034	60
	40						9997	9875	9341	59
	41						9999	9928	9566	58
	42						9999	9960	9724	57
	43							9979	9831	56
	44							9989	9900	55
	45							9995	9943	54
	46							9997	9969	53
	47							9999	9983	52
	48							9999	9991	51
	49								9996	50
	50								9998	49
	51								9999	48
	52									47
n	k		0,95	0,90	$\frac{5}{6}$	0,80	0,75	0,70	$\frac{2}{3}$	p \ k

Anlage zur Aufgabe 3.1: Hemden mit Mängeln

Standardnormalverteilung

Gerundet auf vier Nachkommastellen, weggelassen ist „0,“.

Bei negativen Werten liest man nach der Gleichung $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$ ab.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0,1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0,2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0,3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0,4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0,5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0,6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0,7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852
0,8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0,9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1,0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1,1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1,2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1,3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177
1,4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319
1,5	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441
1,6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1,7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1,8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1,9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767
2,0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2,1	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2,2	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2,3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2,4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2,5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2,6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2,7	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2,8	9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981
2,9	9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986
3,0	9987	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990
3,1	9990	9991	9991	9991	9992	9992	9992	9992	9993	9993
3,2	9993	9993	9994	9994	9994	9994	9994	9995	9995	9995
3,3	9995	9995	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9997
3,4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998
3,5	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998
3,6	9998	9998	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999

Beispiele: $\Phi(2{,}37) = 0{,}9911$; $\Phi(-2{,}37) = 1-\Phi(2{,}37) = 1 - 0{,}9911 = 0{,}0089$;

$\Phi(z) = 0{,}7910 \Rightarrow z = 0{,}81$; $\Phi(z) = 0{,}2090 = 1 - 0{,}7910 \Rightarrow z = -0{,}81$.

Aufgabe 3.2: „Sportmuffel“

Menschen in Deutschland sind einer EU-Umfrage (2010) zufolge zwar sportlicher als der europäische Durchschnitt, aber dennoch treiben 31 % der Bundesbürger keinen Sport („Sportmuffel“). EU-weit liegt die „Muffel“-Quote bei 39 %. Nur 9 % der Bundesbürger trainieren fünfmal die Woche und 49 % treiben mindestens einmal pro Woche Sport.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.
   A: Unter 50 zufällig ausgewählten EU-Bürgern befinden sich genau 19 „Sportmuffel“.
   B: Von 15 zufällig ausgewählten Bundesbürgern gehören höchstens zwei zu den „Sportmuffeln“.

b) Nun werden 100 zufällig ausgewählte Bundesbürger befragt.
   Berechnen Sie, wie viele „Sportmuffel“ dabei zu erwarten sind.
   Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das folgende Ereignis:
   C: Es werden genau so viele „Sportmuffel“ gezählt, wie zu erwarten sind.

Unter allen Bürgern einer Region der Bundesrepublik liegt der Männeranteil bei 48,4 %, von denen 21 % Sport in einem Verein treiben. Insgesamt treiben nur 13 % aller Bürger Sport in Vereinen.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine aus der Gruppe der Vereinsmitglieder zufällig ausgewählte Person ein Mann ist.
   Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine aus der Gruppe der Frauen zufällig ausgewählte Person ein Vereinsmitglied ist.

d) Zwei Fans beobachten das Training der Frauenmannschaft des Fußballvereins, bei dem eine Stürmerin 150 Elfmeter schießen muss. Der Trainer geht davon aus, dass sie dabei 85 % der Strafstöße verwandelt. Fan F möchte mit Fan G wetten, wie viele Strafstöße die Frau höchstens verwandelt. Wenn die Zahl der verwandelten Strafstöße kleiner oder gleich seiner genannten Zahl m ist, dann hat er gewonnen. Ansonsten hat Fan G gewonnen.
   Ermitteln Sie, die kleinste mögliche Zahl m, die Fan F wählen kann, damit er mit mindestens 70%iger Wahrscheinlichkeit die Wette gewinnt.

e) Bei einem Punktspiel der Männermannschaft des Fußballvereins befindet sich in einer Gruppe von 50 Fans genau ein „Sportmuffel“.
   Berechnen Sie, wie viele Fans man aus dieser Gruppe zufällig und nacheinander „ohne Zurücklegen“ mindestens auswählen müsste, damit die Wahrscheinlichkeit, dass sich der „Sportmuffel“ unter den ausgewählten Fans befindet, größer als 85 % ist.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Aufgabenteile						
Aufgabenteil	a)	b)	c)	d)	e)	Summe
BE	8	3	9	6	4	30

Anlage

Anlage zu Aufgabe 3.2: „Sportmuffel“

Standardnormalverteilung

Gerundet auf vier Nachkommastellen, weggelassen ist „0,“.

Bei negativen Werten liest man nach der Gleichung $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$ ab.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0,1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0,2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0,3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0,4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0,5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0,6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0,7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852
0,8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0,9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1,0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1,1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1,2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1,3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177
1,4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319
1,5	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441
1,6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1,7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1,8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1,9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767
2,0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2,1	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2,2	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2,3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2,4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2,5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2,6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2,7	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2,8	9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981
2,9	9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986
3,0	9987	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990
3,1	9990	9991	9991	9991	9992	9992	9992	9992	9993	9993
3,2	9993	9993	9994	9994	9994	9994	9994	9995	9995	9995
3,3	9995	9995	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9997
3,4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998
3,5	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998
3,6	9998	9998	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999

Beispiele: $\Phi(2{,}37) = 0{,}9911$; $\Phi(-2{,}37) = 1-\Phi(2{,}37) = 1 - 0{,}9911 = 0{,}0089$;

$\Phi(z) = 0{,}7910 \Rightarrow z = 0{,}81$; $\Phi(z) = 0{,}2090 = 1 - 0{,}7910 \Rightarrow z = -0{,}81$.